

STUDIEAVSNITT 1

**FACIT OCH KOMMENTARER**

- 101 a)** Multiplikationen går först:  $40 + 3 = 43$
- b)** Parentesen först:  $5 \cdot 11 = 55$
- c)** Divisionen först:  $1 + 5 = 6$
- d)**  $5/(5 + 5) = 5/10 = 0,5$
- 
- 102 a)**  $10 \cdot 3 = 30$
- b)**  $12 - 6 = 6$
- c)**  $12 - 6 = 6$
- d)** Totalt tre termer ”2”, ”12:3 och ”18/2”. Beräkna först varje term för sig och lägg därefter ihop de tre termerna:  $2 + 36 - 9 = 29$
- 
- 103 a)** Parenteserna först:  $13/13 = 1$
- b)** Tre termer. Varje term för sig:  $6 - 8 + 13 = 11$
- c)** Två termer:  $160 - 3 = 157$
- d)**  $8 \cdot 5 \cdot 2 = 80$
- 
- 104 a)**  $9 + 10 + 15 = 34$
- b)**  $10 \cdot 3 - 10 = 30 - 10 = 20$
- c)**  $3 \cdot 5 - 2 \cdot 1 = 15 - 2 = 13$
- d)** Det långa divisionsstrecket gör att täljaren (det ovanför) ska beräknas för sig och nämnaren (det under) ska beräknas för sig:  
 $28/28 = 1$
- 
- 105 a)** Upphöjt först:  $4 \cdot (7 \cdot 8 - 6) = 4 \cdot (56 - 6) = 4 \cdot 50 = 200$

b)  $60 - 0 = 60$

c)  $4/2 + 6 = 2 + 6 = 8$

d)  $(5 + 1)/(18 - 16) = 6/2 = 3$

106 a) Försök först dela upp talet i olika termer, och beräkna sedan varje del för sig. ”17” är klar, ” $3 \cdot 10/2$ ” = 15, ” $4(3 - 1)$ ” = 8 och slutligen ” $(10 - 4 \cdot 2)$ ” =  $10 - 8 = 2$ . Vi får totalt:  $17 - 15 + 8 - 2 = 8$

b)  $72 - 2 - 35 + 3 = 38$

107 a) En parentes runt täljaren och en runt nämnaren. Eftersom 8:an redan är klar behövs inte denna. Resultat:  $8/(2 \cdot 4) = 8/8 = 1$

b) Vid multiplikation i täljaren behövs ej parentes runt denna. Runt nämnaren behövs däremot alltid parentes om den inte redan är färdig:  $6 \cdot 6 / (6 + 6) = 36/12 = 3$

c) Eftersom det är plus mellan termer i täljaren behövs parentes här. Nämnaren inte heller klar vilket också ger parentes:  
 $(4 + 4 \cdot 3)/(5 + 3) = 16/8 = 2$

d)  $(2 + 4 \cdot 3)/(5 + 3 \cdot 3) = 14/14 = 1$

108 a)  $(2 + 2(23 - 2))/(4 - 2) = (2 + 42)/2 = 44/2 = 22$

b)  $(9^2 - 1)/(2(23 - 2) - 2) = 80/(42 - 2) = 80/40 = 2$

c) Parenteser både ovanför och under de långa bråkstrecken utom runt 8:an i den första täljaren som är klar:  $8/(2 \cdot 4) + 3 \cdot (9 + 3)/(9 - 3)$   
 $= 8/8 + 3 \cdot 12/6 = 1 + 6 = 7$

d)  $(2(8 - 4) + 3 \cdot 9)/(5 + 6 \cdot 5) = (8 + 27)/(5 + 30) = 35/35 = 1$

109 a)  $(17 - 8)/(2 \cdot 6 - 3) = 9/9 = 1$

b) Det behövs ingen parentes runt bråktalen ovanför stora bråkstrecket, men däremot under:  
 $(10/2 \cdot 8/4)/(4/2) = (5 \cdot 2)/2 = 10/2 = 5$

- c) En extra parentes runt allt över det långa bråkstrecket. Dessutom behövs en parentes runt "2 · 16" men ej runt "8 · 8" eftersom parentes ej behövs i täljaren vid ren multiplikation:

$$(8 + 9 - 8 \cdot 8 / (2 \cdot 16)) / 3 = (8 + 9 - 2) / 3 = 15 / 3 = 5$$

- d) En extra parentes runt hela täljaren och hela nämnaren. Dessutom behövs parentes runt "4 - 1" och "4 · 4":

$$(2 \cdot 4 + 27 / (4 - 1) - 32 / (4 \cdot 4)) / (9 - 18 / 3) = (8 + 9 - 2) / (9 - 6) = 15 / 3 = 5$$

110 a)  $(52 \cdot 3 / 4 - 36) / (10 \cdot 14 - 6 \cdot 6 \cdot 3 + 1) = (13 \cdot 3 - 36) / (140 - 108 + 1) = 3 / 33 = 1 / 11 \approx 0,09$

b)  $8 / (3 \cdot 5 - 10) / (4 / 7) = 8 / 5 / 4 / 7 = (8 / 5) \cdot (7 / 4) = 56 / 20 = 28 / 10 = 2,8$

111 a)  $5 + 8 = 13$

b)  $5 - 8 = -3$

c)  $-5 + 8 = 3$

d)  $-5 - 8 = -13$

112 a) Olika tecken ger minus: **-40**

b) **2,5**

c) **40**

d) **-2,5**

113 a)  $-12 / -3 = 4$

b)  $-8 / 4 = -2$

c)  $-3 / 6 = -0,5$

- d) Ett udda antal negativa faktorer som ska multipliceras med varandra ger ett negativt resultat. Ett jämnt antal ger ett positivt resultat. I det här fallet blir alltså resultatet för den första termen negativt:  $-24 + 5 = -19$

- 114 a)**  $6/-12 = -0,5$   
**b)** Ta varje term för sig. De tre första är redan klara:  $-1 - 2 - 3 + 8 = -6 + 8 = 2$ .  
**c)**  $-34 + 40 = 6$   
**d)**  $5 - (-24) = 5 + 24 = 29$
- 115 a)**  $-9 + 7 = -2$   
**b)**  $(9 + 7)/-4 = 16/-4 = -4$   
**c)**  $10 \cdot 3 - 10 = 30 - 10 = 20$   
**d)**  $3 \cdot 5 - 2(6 - 5) = 15 - 2 \cdot 1 = 13$
- 116 a)**  $20 - (-72) = 20 + 72 = 92$   
**b)**  $2(35 + 20 - 5) - 82 = 100 - 82 = 18$
- 117 a)**  $-10 - (-2) + (-8) \cdot 0,5 = -10 + 2 - 4 = -12$   
**b)**  $5 \cdot 5 + (-2) \cdot (-3) + 4/4 + 3 = 25 + 6 + 1 + 3 = 35$
- 118 a)**  $24 - 6 = 18$   
**b)**  $-35 - (-28) + 9 + 10 - 12 = -35 + 28 + 9 + 10 - 12 = 0$
- 119 a)**  $-8 - 2 + 18 + 30 = 38$   
**b)**  $(-30 + 28 + 8)/(10 - 12) = 6/-2 = -3$
- 120 a)**  $x = 10$  ger instoppat:  
 $y = 3 + 1,1 \cdot 10 - 0,02 \cdot 10^2 = 3 + 11 - 0,02 \cdot 100 = 14 - 2 = 12 \text{ m}$   
**b)** Termerna är: ”+3”, ”+ 1,1 x” samt ”- 0,02 x<sup>2</sup>”  
**c)** Det finns sex olika sätt att skriva funktionen med omkastad ordning. Till exempel:

$$y = -0,02x^2 + 1,1x + 3 \text{ eller } y = 1,1x - 0,02x^2 + 3$$

d) Stoppa i tur och ordning in de olika värdena på  $x$ . Värdetabell:

$x = \text{Diameter, cm:}$	10	15	20	25
$y = \text{Höjd, m:}$	12	15	17	18

121 a)  $y = -0,8 \cdot 10^2 - 20 \cdot 10 + 14\,000 = -80 - 200 + 14\,000 = \mathbf{13\,720}$

b)  $y = -0,8 \cdot 40^2 - 20 \cdot 40 + 14\,000 = -1\,280 - 800 + 14\,000 = \mathbf{11\,920}$

122 a)  $y = 0,3 \cdot 10^2 - 6 \cdot 10 + 65 = 30 - 60 + 65 = \mathbf{35}$  kWh/dygn

$$y = 0,3 \cdot (-10)^2 - 6 \cdot (-10) + 65 = 30 + 60 + 65 = \mathbf{155}$$
 kWh/dygn

123 a) **Ja.** Eftersom det är *multiplikation* mellan talen ovanför bråkstrecket så kan vi förkorta bort 16. Om vi har ett tal och både multiplicerar och dividerar det med 16 får vi ju tillbaka talet.

b) **Nej.** Man får inte förkorta 4:orna eftersom det är *plustecken* mellan termerna i täljaren. Vi ska ju dela trean med fyra också!

c) **Nej.** Går ej eftersom det är *plustecken* mellan termerna i nämnaren. Däremot hade bråket kunna skrivas  $(3 \cdot 3 \cdot 3)/(2 \cdot 3)$  och då hade en av treorna däruppe kunnat strykas mot den som står under bråkstrecket vilket givit  $(3 \cdot 3)/2 = 4,5$ .

d) **Ja.**  $27/3 = 9$  och det andra bråket kan skrivas  $(2 \cdot 3)/(2 \cdot 2 \cdot 5)$  och där kan då en två strykas:  $3/(2 \cdot 5) = 3/10$ .  $9 + 3/10$  är 9,3.

124 a)  $6 \cdot \frac{1}{3} = \frac{6 \cdot 1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3} = \frac{2}{1} = \mathbf{2}$

b)  $\frac{1}{6} \cdot 3 = \frac{1 \cdot 3}{6} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{\mathbf{1}}{2}$

c) Eftersom det är addition och olika nämnare måste vi först förvandla till samma nämnare. Både 3 och 4 går jämnt upp i 12. Vi gör därför om till 12-delar.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{\mathbf{11}}{12}$$

d) Alla tre nämnarna går jämnt upp i 12. Vi förvandlar därför till:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

125 a)  $\frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$

b) Vi börjar med att skriva om 3 som 3/1.

$$\frac{\frac{1}{6}}{3} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{1}} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 3} = \frac{1}{18}$$

c)  $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

d) Både 8 och 3 går jämnt upp i 24. Vi gör därför om till 24-delar.

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{3}{24} + \frac{16}{24} = \frac{19}{24}$$

126 a) Multiplikationen går först enligt prioritetsreglerna!

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{6}{15} =$$

Därefter additionen. I det här fallet går både 5 och 15 jämnt upp i 15, varför vi gör om till 15-delar.

$$\frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{6}{15} = \frac{3}{15} + \frac{6}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

b)  $\frac{5}{3} - 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{3} - \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{5}{3} - \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{6 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{25}{15} - \frac{18}{15} = \frac{7}{15}$

c) Ett långt bråkstreck innebär en osynlig parentes runt det som står ovanför och under bråkstrecket. Vi börjar därför räkna ut täljaren:

$$3 - \frac{2}{3} = \frac{9}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

Hela kvoten blir då:

$$\frac{\frac{7}{3}}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{7} = \frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 7} = \frac{1}{3}$$

d) Även här börjar vi med att räkna ut täljaren.

$$1 - \frac{4}{7} = \frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \frac{7-4}{7} = \frac{3}{7}$$

Hela kvoten blir då:

$$\frac{\frac{3}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}$$

127 a) 
$$\frac{\frac{\text{km}}{\text{h}}}{\text{km}} = \frac{\frac{\text{km}}{\text{h}}}{\frac{\text{km}}{1}} = \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{\text{km}} = \frac{1}{\text{h}}$$

b) 
$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \text{h} = \frac{\text{km} \cdot \text{h}}{\text{h}} = \frac{\text{km}}{1} = \text{km}$$

c) 
$$\frac{\frac{\text{km}}{\text{h}}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{\frac{\text{km}}{1}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{\text{km}}{1} \cdot \frac{\text{h}}{\text{km}} = \frac{\text{h}}{1} = \text{h}$$

d) 
$$\frac{1}{\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{\frac{1}{\text{km}}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{\text{h}}{\text{km}} = \frac{\text{h}}{\text{km}}$$

128 a) 
$$\frac{2500}{5} = 500 \quad \frac{\text{m}^3}{\text{ha}} = \text{m}^3 / \text{ha}$$

Svar: 500 m<sup>3</sup>sk/ha

$$\text{b)} \quad 5 \cdot 4 = 20 \quad ha \cdot \frac{h}{ha} = \frac{ha \cdot h}{ha} = h$$

Svar: **20 h**

$$\text{c)} \quad \frac{1}{4} = 0,25 \quad \frac{1}{\frac{h}{ha}} = ha / h$$

Svar: **0,25 ha/h**

$$129 \text{ a)} \quad m \cdot m = \mathbf{m^2}$$

$$\text{b)} \quad \frac{\frac{m}{m}}{\frac{s}{s}} = \frac{m}{1} \cdot \frac{s}{m} = \frac{m \cdot s}{1 \cdot m} = \frac{s}{1} = \mathbf{s}$$

$$\text{c)} \quad \frac{m}{s} \cdot s = \frac{m \cdot s}{s} = \mathbf{m}$$

$$\text{d)} \quad \frac{\frac{m}{s}}{m} = \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{m} = \frac{1}{s}$$

$$\text{e)} \quad \frac{1}{\frac{ha}{s}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{s}{ha} = \frac{s}{ha} = \mathbf{s/ha}$$

$$\text{f)} \quad \frac{ha}{s} \cdot s = \frac{ha \cdot s}{s} = \mathbf{ha}$$

$$130 \text{ a)} \quad P = 1 \text{ och } A = 2,5 \text{ ger } P \cdot A = 1 \cdot 2,5 = \mathbf{2,5}$$

$$\text{Enheten} = (\text{lass} / \text{h}) \cdot (\text{ton} / \text{lass}) = \mathbf{\text{ton} / \text{h}}$$

Svar: Skotaren transporterar alltså 2,5 ton i timmen.

$$\text{b)} \quad P = 1, A = 2,5, E = 2,0 \text{ ger } P \cdot A \cdot E = 1 \cdot 2,5 \cdot 2,0 = \mathbf{5,0}$$

$$\text{Enheten} = (\text{lass} / \text{h}) \cdot (\text{ton} / \text{lass}) \cdot (\text{MWh} / \text{ton}) = [\text{se svaret på b)] \\ = \text{ton} / \text{h} \cdot (\text{MWh} / \text{ton}) = \mathbf{\text{MWh} / \text{h}}$$

Svar: Skotaren förbrukar alltså 5 MWh i timmen.

$$\text{c)} \quad K = 800, P = 1 \text{ ger } K / P = 800 / 1 = \mathbf{800}$$

**Enheten** =  $(\text{kr} / \text{h}) / (\text{lass} / \text{h}) = (\text{kr} / \text{h}) \cdot (\text{h} / \text{lass}) = \text{kr} / \text{lass}$

Svar: Kostnaden är alltså 800 kr per lass.

**d)**  $K = 800 \text{ kr/h} \Rightarrow 1 / K = 1 / 800 = 1/8 \cdot 1/100 = 0,125 / 100 = \mathbf{0,00125 \text{ h/kr}}$ .

**Enheten** =  $1 / (\text{kr/h}) = \text{det inverterade värdet av kr/h} = \mathbf{\text{h/kr}}$

Svar: Det tar alltså maskinen 0,00125 h = (vilket är  $3\,600 \cdot 0,00125 = 4,5$  sekunder) att förbruka en krona.

**131.** Inverterar man 50 får man  $1 / 50 = 2 / 100 = 0,02$

Enheten blir: min/m. Det tar alltså skotaren 0,02 minuter för varje meter den rör sig. Detta är detsamma som  $0,02 \cdot 60 = 1,2$  sekunder för varje meter.

**132 a)**  $0,10 \cdot 400 = \mathbf{40}$

**b)**  $0,20 \cdot 800 = \mathbf{160}$

**c)**  $1,10 \cdot 400 = \mathbf{440}$

**d)**  $0,80 \cdot 1\,000 = \mathbf{800}$

**133 a)**  $100 \% - 25 \% = 75 \% = \mathbf{0,75}$

**b)**  $100 \% + 50 \% = 150 \% = \mathbf{1,50}$

**c)**  $100 \% + 200 \% = 300 \% = \mathbf{3,00}$

**d)**  $100 \% - 4 \% = 96 \% = \mathbf{0,96}$

**134 a)** Ursprungligt virkesförråd:  $200 - 50 = 150 \text{ m}^3\text{sk/ha}$   
 Nytt virkesförråd:  $200 \text{ m}^3\text{sk/ha}$   
 Förändringsfaktor [Det ursprungliga värdet under strecket] =  
 $= 200 / 150 = (4 \cdot 50) / (3 \cdot 50) = [\text{förkorta bort } 50] = 4 / 3 \approx \mathbf{1,333}$ .

**b)** Från förändringsfaktorn i a) måste vi dra bort ett för att få ökningen:  $1,333 - 1 = 0,333 = \mathbf{33 \% \text{ ökning}}$ .

**135.** Totalt finns det 50 studerande och andelen kvinnor är:

$$20 / 50 = (2 \cdot 10) / (5 \cdot 10) = (2 \cdot 10) / (10 \cdot 5) = [\text{förkorta bort } 10] = 2/5 = 0,40 = \mathbf{40\%}$$

$$136 \text{ a) } \frac{\text{Nytt pris}}{\text{Urspr. pris}} = \frac{15}{12} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{5}{4} = \mathbf{1,25}$$

$$\text{b) } \frac{\text{Nytt pris}}{\text{Urspr. pris}} = \frac{12}{15} = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5} = \mathbf{0,80}$$

- c) I uppgift a) har vi alltså **25 % ökning** och i uppgift b) **20 % minskning**.

- 137 a) Om 40 % försvinner i skatt får han behålla  $100\% - 40\% = 60\%$ . Vi ska alltså multiplicera med **0,60** för att få hans nettolön.

b)  $40\% \Rightarrow \mathbf{0,40}$

c) Nettolön:  $0,60 \cdot 300\,000 = \mathbf{180\,000 \text{ kr}}$

Skatt:  $0,40 \cdot 300\,000 = \mathbf{120\,000 \text{ kr}}$

- 138 a) Eftersom det står "...än B" så ska arealen för B vara *under* bråkstrecket. Bestånd A är  $16 - 4 = 12$  ha mindre än B.

$$\frac{12}{16} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{3}{4} = 0,75 \quad \mathbf{\text{Bestånd A är } 75\% \text{ mindre än B.}}$$

- b) Eftersom det står "...än A" så ska arealen för A vara *under* bråkstrecket. Bestånd B är  $16 - 4 = 12$  ha större än A.

$$\frac{12}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4} = \frac{3}{1} = 3,00 \quad \mathbf{\text{Bestånd B är } 300\% \text{ större än A.}}$$

- c) Tillsammans är de 20 ha. Bestånd A utgör  $4/20 = 1/5 = 0,20 = \mathbf{20\%}$  av den totala arealen och bestånd B resterande **80 %**.

139. Den första ändringsfaktorn blir  $100\% - 50\% = 50\% = 0,50$  och den andra blir  $100\% + 10\% = 110\% = 1,10$ . Enligt regeln som nämndes sist i exempel 22 blir då ändringsfaktorn totalt:

$$\text{Ändringsfaktorn} = 0,50 \cdot 1,10 = \text{hälften av } 1,10 = \mathbf{0,55.}$$

Detta innebär att antalet anställda är 55 % av vad de ursprungligen var och att det totalt skett en minskning med:  
 $100 \% - 55 \% = 45 \%$ .

**140.** Låt  $x$  beteckna antalet bitar Fällkvist producerar.

Eftersom Huggman producerar 50 % mer blir ändringsfaktorn 1,50. Huggman producerar alltså  $1,50 \cdot x$  bitar.

$$1,50 \cdot x = 300$$

$$x = \frac{300}{1,50}$$

$$x = 200$$

**141.** Låt  $x$  beteckna stödet i miljoner kr *före* höjning. Om stödet höjts med 10 % blir förändringsfaktorn  $= 1 + 0,10 = 1,10$

$$1,10 \cdot x = 220$$

$$x = 220 / 1,10$$

$$x = 2,2 \cdot 100 / 1,10$$

$$x = 100 \cdot 2,2 / 1,10$$

$$x = 100 \cdot 2 \cdot 1,1 / 1,10 \quad [\text{förkorta bort } 1,1]$$

$$x = 100 \cdot 2$$

$$x = 200$$

Svar: Stödet före höjningen var **200 miljoner kr**.

