

FACIT OCH KOMMENTARER

201 a) $3x - 8x = -5x$

b) Sortera upp x -termer för sig och y -termer för sig. Kom ihåg att tecknet framför termen måste följa med om du byter plats på dem.
 $3x - 2y - 8x + 5y = 3x - 8x - 2y + 5y = -5x + 3y$

c) $x - (x - y)$ = Minustecknet innebär att termerna innanför parenteserna ska byta tecken x blir $-x$ och $-y$ blir $+y$:
 $x - x + y = y$

d) Första parenteserna kan direkt plockas bort utan att byta tecken. I andra parenteserna övergår $-2x$ till $+2x$:
 $8 - 3x + x - 8 + 2x = -3x + x + 2x + 8 - 8 = 0x + 0 = 0$

202 a) $x + 3 - 3 - x = 0$

b) $2x - 2x - 3 - 4x = -3 - 4x$

c) $5x - (3x + 2y) - x + 4y - 5x = 5x - 3x - 2y - x + 4y - 5x = -4x + 2y$

d) $9x - 5x - 3y - 2y + x + 3 = 9x - 5x + x - 3y - 2y = 5x - 5y + 3$

203 a) $x - x^2 - x^2 + x = -2x^2 + 2x$

b) $5xy - 7xy - 3y - 3x + 3y - x + xy = 5xy - 7xy + xy - 3y + 3y - 3x - x = -xy - 4x$

c) Observera att xy och yx är samma sak.
 $-xy + xy + xy + xy - 5x + 5xy = 7xy - 5x$

d) $(x - 1) - (x - 1) - (x - 1) - 1 = x - 1 - x + 1 - x + 1 - 1 = x - x - x - 1 + 1 + 1 = -x$

204 a) $3x + 4x - 3xy - x + 2y - x = 5x - 3xy + 2y$

b) $x + x^2 + x^3 - x + x^2 - x^2 = x^2 + x^3$

c) $x + x^2 + x^3 + x + x^2 + x^3 = 2x + 2x^2 + 2x^3$

d) $x^3 - x^3 - xy - 2xy - x + xy = -2xy - x$

205 a) $5 \cdot 3 + 5 \cdot x = 15 + 5x$

b) $x \cdot 7 + x \cdot x = 7x + x^2$

c) $5x \cdot 3 + 5x \cdot x = 15x + 5x^2$

d) $5x \cdot 3 - 5x \cdot x = 15x - 5x^2$

206 a) $13x - 15x + 10x^2 = 10x^2 - 2x$

b) $3x + 6 - x^2 + 3x = -x^2 + 6x + 6$

c) $x^2 - x + x^2 - 1 + x = 2x^2 - 1$

d) $x^2 + 2x - x^2 + 2x = 4x$

207 a) $2t + t^2 - 3t + 6 = t^2 - t + 6$

b) $3t^2 - 6t + 2t^2 = 5t^2 - 6t$

c) $(t+2)(t+2) = t \cdot t + t \cdot 2 + 2 \cdot t + 2 \cdot 2 = t^2 + 2t + 2t + 4 = t^2 + 4t + 4$

d) $-4(t \cdot t - t \cdot 2 - 1 \cdot t + 1 \cdot 2) = -4(t^2 - 2t - t + 2) = -4(t^2 - 3t + 2) = -4t^2 + 4 \cdot 3t - 4 \cdot (2) = -4t^2 + 12t - 8$

208 a) $(t+3)(t+3) - (t-3)(t-3) = t^2 + 3t + 3t + 9 - (t^2 - 3t - 3t + 9) = t^2 + 6t + 9 - (t^2 - 6t + 9) = t^2 + 6t + 9 - t^2 + 6t - 9 = 12t$

b) $t^2 - 3t + 2t - 6 = t^2 - t - 6$

c) $t^2 - 2t + 2t - 4 + 4 = t^2$

d) $-4(t - 2 - t^2 + 2t) = -4t + 8 + 4t^2 - 8t = 4t^2 - 12t + 8$

209 a) $x^2 - 3x + x - 3 + x^2 - 2x - 2x + 4 = 2x^2 - 6x + 1$

b) $x^2 + 3x - x - 3 - x^2 + 2x = 4x - 3$

c) $x - 1 - x + 2 - x + 3 = -x + 4$

d) $(x-1)(x^2 - 3x - 2x + 6) = (x-1)(x^2 - 5x + 6) = x^3 - 5x^2 + 6x - x^2 + 5x - 6 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

210 a) $4x - 8 - 15 - 5x = -x - 23$

b) $-5x - 15 + 5y - xy + 5x = 5y - xy - 15$

c) $x(x^2y - xy^2) = x^3y - x^2y^2$

d) $49 - 7x - 7x + x^2 + 15 - 10x - 3x + 2x^2 - 27 = 3x^2 - 27x + 37$

211 a) $x^2 - 6x - 6x + 36 + 36x^2 + 6x + 6x + 1 - 37 = 37x^2$

b) $9x^2 - 12x - 12x + 16 - (9x^2 - 3x + 3x - 1) - 12 =$
 $9x^2 - 24x + 16 - 9x^2 + 1 - 12 = -24x + 5$

c) $3 - (16x^2 - 20x - 20x + 25) + 8x - 16x^2 =$
 $3 - 16x^2 + 40x - 25 + 8x - 16x^2 = -32x^2 + 48x - 22$

d) $2x^2 - 3xy - 3x^2 + x^2 - x - x + 1 = -3xy - 2x + 1$

212 a) 100 cm på en meter, $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 10\,000 \text{ cm}^2$.
Decimalkommat ska alltså flyttas 4 steg åt vänster: **188,7550 m²**

b) $1 \text{ m}^3 = 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$.
Decimalkommat ska flyttas 6 steg åt höger: **150 cm³**

c) $1 \text{ dm}^3 = 100 \text{ mm} \cdot 100 \text{ mm} \cdot 100 \text{ mm} = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$.
Decimalkommat ska flyttas 6 steg åt vänster: **0,000750 dm³**

d) $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ mm} \cdot 100 \text{ mm} = 10\,000 \text{ mm}^2$.
Decimalkommat ska flyttas 4 steg åt vänster; **0,0168 dm²**

213 a) **0,1550 m²**

b) $1 \text{ mil} = 10 \text{ km} = 10\,000 \text{ m} = 10\,000\,000 \text{ mm}$.
Decimalkommat ska flyttas 7 steg åt vänster: **0,1287 mil**

c) $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$ Decimalkommat ska flyttas tre steg åt vänster:
 $\Rightarrow 515 \text{ dm}^3 = \mathbf{0,515 \text{ dm}^3}$

d) **150 cm²**

214 a) **0,035 m³**

b) $1 \text{ m}^2 = 1\,000 \text{ mm} \cdot 1\,000 \text{ mm} = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$.
 $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2 = 10\,000 \cdot 1\,000\,000 = \mathbf{10\,000\,000\,000 \text{ mm}^2}$.

- c) $1 \text{ km}^2 = 1\,000 \text{ m} \cdot 1\,000 \text{ m} = 1\,000\,000 \text{ m}^2$
 $1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2$. Om vi multiplicerar med 10 000 m^2 med 100 (lägger till två nollor) så får vi $1\,000\,000 \text{ m}^2 = 1 \text{ km}^2$.
Alltså är $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$.

Då måste 453 km^2 vara $453 \cdot 100 = \mathbf{45\,300 \text{ ha}}$.

- d) $500 \text{ m}^2 = \mathbf{0,05 \text{ ha}}$

215 a) 8 dm^2

- b) $78 \text{ dl} = 7,8 \text{ l} = 7,8 \text{ dm}^3 = \mathbf{0,0078 \text{ m}^3}$

- c) $75 \text{ l} = 75 \text{ dm}^3 = \mathbf{75\,000 \text{ cm}^3}$

- d) $\mathbf{1\,550 \text{ mm}}$

216 a) $1 \text{ h} = 60 \cdot 60 = 3\,600 \text{ s}$
 $10 \text{ h} = 10 \cdot 3\,600 \text{ s} = \mathbf{36\,000 \text{ s}}$

- b) $0,25 \text{ h} = 0,25 \cdot 60 \text{ min} = \mathbf{15 \text{ min}}$

- c) $18 \text{ minuter} = 18/60 = 0,3 \text{ h} \Rightarrow \mathbf{1,3 \text{ h}}$

- d) $45 \text{ sekunder} = 45 / 3\,600 = 0,0125 \text{ h}$, $12 \text{ minuter} = 12 / 60 = 0,2 \text{ h}$.
 $\Rightarrow 3 + 0,0125 + 0,2 = \mathbf{3,2125 \text{ h}}$

217 a) Eftersom det är kateterna så kommer den ena sidan att vara triangelns höjd och den andra triangelns bas. Vi får alltså:
 $\text{Arean} = (4 \cdot 5) / 2 = \mathbf{10 \text{ m}^2}$

- b) $\text{Arean} = \text{basen} \cdot \text{höjden} = 8 \cdot 4 = \mathbf{32 \text{ m}^2}$

- c) $\text{Arean} = \pi \cdot d^2 / 4 = \pi \cdot 10^2 / 4 \approx 78,5 \text{ m}^2 = \mathbf{0,00785 \text{ ha}}$

- d) $\text{Omkretsen} = \pi \cdot d \approx 103,67 \text{ cm} = \mathbf{1,04 \text{ m}}$.

218 a) $150 \cdot 250 - 100 \cdot 150 / 2 = 30\,000 \text{ m}^2 = \mathbf{3,0 \text{ ha}}$

- b) $200 \cdot (400 + 800) / 2 = 120\,000 \text{ m}^2 = \mathbf{12,0 \text{ ha}}$

- c) $400 \cdot 150 + (200 \cdot 150) / 2 = 75\,000 = \mathbf{7,5 \text{ ha}}$

- d) $300 \cdot 700 - 150 \cdot 400 = 150\,000 = \mathbf{15,0 \text{ ha}}$

219 a) Antag att genomskärningsytan är cirkulär. Då är arean: $\pi \cdot d^2 / 4 = \pi \cdot 10^2 / 4 = \pi \cdot 100 / 4 = 78,54 \text{ cm}^2 \approx \mathbf{0,79 \text{ dm}^2}$

b) $\pi \cdot 20^2 / 4 = \pi \cdot 400 / 4 \approx 314 \text{ cm}^2 \approx \mathbf{3,14 \text{ dm}^2}$

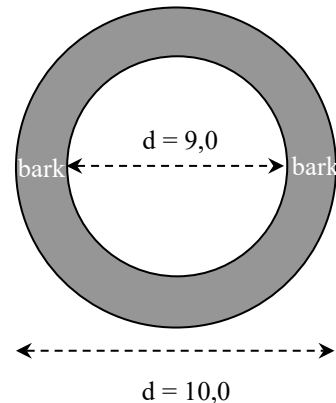
c) $\pi \cdot 40^2 / 4 = \pi \cdot 1\,600 / 4 \approx 1\,257 \text{ cm}^2 \approx \mathbf{12,57 \text{ dm}^2}$

220. Diametern på bark (alltså inklusive barken) i brösthöjd är 10 cm. Se figur till höger. Barktjockleken på ena sidan är 0,5 cm och så är den lika stor på andra sidan stammen. Se skiss! Diametern *under* bark blir då: $10 - 0,5 - 0,5 = 9 \text{ cm}$.

Grundytan *på* bark $\approx \mathbf{78,54 \text{ cm}^2}$

Grundytan *under* bark $\approx \mathbf{63,62 \text{ cm}^2}$

Barken utgör $= 14,92 / 78,54 \approx \mathbf{19\%}$



221. Varje ytas area: $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 10^2 \approx 314 \text{ m}^2$.

Totalt inventeras: $5 \cdot 314 = 1\,570 \text{ m}^2$.

Objektets storlek: $3 \text{ ha} = 30\,000 \text{ m}^2$.

Inventerad andel: $1\,570 / 30\,000 \approx 0,052 = \mathbf{5,2\%}$

222 a) Om vi drar bort kortsidorna återstår $58 - 2 \cdot 4 = 50 \text{ m}$ staket till de två långsidorna. Eftersom dessa är lika långa blir de $50 / 2 = 25 \text{ m}$. En rektangel med ena sidan 25 och andra 4 m har arean $100 \text{ m}^2 = \mathbf{0,01 \text{ ha}}$.

b) $12 \text{ stam} / 0,01 \text{ ha} = \mathbf{1\,200 \text{ stam/ha}}$

223. Grundytan för ett träd: $\pi \cdot d^2 / 4 = \pi \cdot 20^2 / 4 \approx 314 \text{ cm}^2$

Sammanlagd grundytta för träden: $6 \cdot 314 \approx 1\,884 \text{ cm}^2$

Det går $100 \cdot 100 = 10\,000 \text{ cm}^2$ på en m^2 så $1\,884 \text{ cm}^2 \approx 0,1884 \text{ m}^2$.

Ytan som dessa träd står på har arean: $\pi \cdot 10^2 = 314 \text{ m}^2 = 0,0314 \text{ ha}$

Grundytan/ha $= 0,1884 \text{ m}^2 / 0,0314 \text{ ha} = \mathbf{6 \text{ m}^2/\text{ha}}$

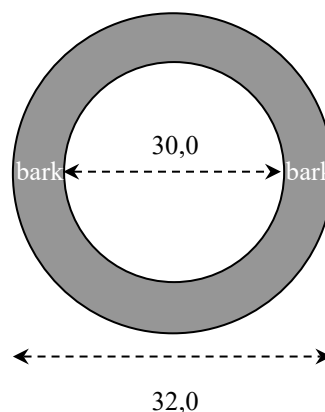
224 a) Dagens grundyta *under* bark:

$$\pi \cdot 30^2 / 4 \approx 706,86 \text{ cm}^2$$

Tidigare grundyta *under* bark:

$$\pi \cdot 20^2 / 4 \approx 314,16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ökningen} = \mathbf{392,7 \text{ cm}^2}$$



b) Ökningen i procent = ökning / ursprunglig grundyta =
 $(392,7 - 314,16) / 314,16 = 0,25 \Rightarrow \mathbf{\text{Ökningen är 125 procent.}}$

225 a) $x \cdot x = 900$ alltså: $x^2 = \mathbf{900}$

b) Eftersom 30 är det tal som multiplicerat med sig självt blir 900 så får vi detta svar. Formellt löses ekvationen så här:

$$x^2 = 900$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{900} \text{ (ta kvadratroten ur båda sidor)}$$

$$x = \sqrt{900} \text{ (roten ur } x^2 \text{ blir } x \text{ på vänster sida)}$$

$$x = \mathbf{30 \text{ meter.}}$$

226 a) Ekvation:

$$\pi \cdot x^2 = 75$$

b) Lösning:

$$\pi \cdot x^2 = 75 \quad (\text{flytta över } \pi \text{ och dividera})$$

$$x^2 = 75 / \pi$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(75 / \pi)} \text{ (ta kvadratroten ur båda sidor)}$$

$$x = \sqrt{(75 / \pi)} \text{ (roten ur } x^2 \text{ blir } x \text{ på vänster sida)}$$

$$x \approx \mathbf{4,89 \text{ meter.}}$$

227 a) $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2 \Rightarrow 10\,000 \text{ m}^2 / 2\,500 \text{ plantor} = \mathbf{4 \text{ m}^2/\text{planta}}$

b) En kvadrat med arean 4 m^2 har sidan $\sqrt{4} = \mathbf{2 \text{ m.}}$

c) $\sqrt{(10\,000 / x)}$

228. Parallelltrapetsens area: $0,8 \cdot ((1,5 + 0,5) / 2) = 0,8 \cdot 1 = 0,8 \text{ m}^2$

$$\text{Volymen: Basytan} \cdot \text{längden} = 0,8 \text{ m}^2 \cdot 200 \text{ m} = 160 \text{ m}^3.$$

$$\text{Vikten: } 160 \text{ m}^3 \cdot 1,5 \text{ ton/m}^3 = \mathbf{240 \text{ ton}} \text{ har fraktats bort.}$$

229. Volym: $50 \text{ dm} \cdot 0,2 \text{ dm} \cdot 1,2 \text{ dm} = 10 \cdot 1,2 \text{ dm}^3 = 12 \text{ dm}^3$
 Vikt: $12 \text{ dm}^3 \cdot 0,8 \text{ kg/dm}^3 = 9,6 \text{ kg}$.

230. Stockändarnas yta (parallelltrapets): $2,0 \cdot (8,0 + 12,0) / 2 = 20,0 \text{ m}^2$
 Travens volym: $3,0 \text{ m}^3 \cdot 20,0 \text{ m}^2 = 60 \text{ m}^3$
 Travens vikt: $60 \text{ m}^3 \cdot 0,60 \text{ ton/m}^3 = 36 \text{ ton}$

231 a) Cylinderns volym i dm^3 : $\pi \cdot 2^2 / 4 \text{ dm}^2 \cdot 90 \text{ dm} \approx 283 \text{ dm}^3$
 Konens volym är en tredjedel av cylinderns: $283 / 3 = 94 \text{ dm}^3$
 Stammens volym = $283 \text{ dm}^3 + 94 \text{ dm}^3 = 377 \text{ dm}^3 = \mathbf{0,377 \text{ m}^3}$

b) Hela cylinderns volym (18 m): $\pi \cdot 2^2 / 4 \text{ dm}^2 \cdot 180 \text{ dm} \approx 565 \text{ dm}^3$
 Formtalet = stammens volym / cylinderns volym $\approx$
 $377 \text{ dm}^3 / 565 \text{ dm}^3 \approx 0,667 \approx \mathbf{67 \%}$

232 a) $\frac{x}{90} = \frac{60}{45} \Leftrightarrow x = \frac{90 \cdot 60}{45} \Leftrightarrow \mathbf{x = 120}$

b) $\frac{x}{100} = \frac{225}{75} \Leftrightarrow x = 100 \cdot \frac{225}{75} \Leftrightarrow \mathbf{x = 300}$

233 a) **0,213** **b)** **256**
c) **7,81** **d)** **19**

234. $\frac{a}{50} = \frac{20}{25} \Leftrightarrow a = 50 \cdot \frac{20}{25} \Leftrightarrow \mathbf{a = 40}$

På motsvarande vis fås: **$b \approx 22$ $c \approx 9$ $d \approx 15$**

235. $TAN(45^\circ) = \frac{15}{x} \Leftrightarrow 1 = \frac{15}{x} \Leftrightarrow \mathbf{x = 15 \text{ cm}}$

Arean = $15 \cdot 15 / 2 = \mathbf{112,5 \text{ cm}^2}$

236. $TAN(55^\circ) = \frac{x}{20} \Leftrightarrow 20 \cdot TAN(55^\circ) = x \Leftrightarrow x = 20 \cdot 1,428$
 $\mathbf{x \approx 28,56 \text{ dm}}$.

Arean = $20 \cdot 28,56 / 2 = 285,6 \text{ dm}^2 \approx \mathbf{2,86 \text{ m}^2}$.

237.
$$\tan(16^\circ) = \frac{28,7}{x} \Leftrightarrow x \cdot 0,287 = 28,7 \Leftrightarrow x = \frac{28,7}{0,287}$$
$$x = 100$$

$$\text{Arean} = 28,7 \cdot 100 / 2 = 1\,435 \text{ cm}^2 \approx \mathbf{14,4 \text{ dm}^2}.$$

238. Om triangeln delas upp i två lika stora rätvinkliga trianglar så kommer basen att bli $100 / 2 = 50$ meter. Med x som höjden fås:

$$\tan(64^\circ) = \frac{x}{50} \Leftrightarrow x = 50 \cdot \tan(64^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{x = 102,5 \text{ m}}$$

$$\text{Arean} = 100 \cdot 102,5 / 2 \approx 5125 \text{ m}^2 \approx \mathbf{0,5 \text{ ha}}.$$

239.
$$\tan(v) = \frac{\text{motst katet}}{\text{närl katet}} = \frac{25}{15}$$

$$\tan(v) = \frac{5}{3}$$

$$\tan(v) \approx 1,67$$

$$v = \tan^{-1}(1,67)$$

$$\mathbf{v \approx 59^\circ}$$

240.
$$\tan(v) = \frac{39}{50}$$

$$\tan(v) = \frac{78}{100}$$

$$\tan(v) = 0,78$$

$$v = \tan^{-1}(0,78)$$

$$\mathbf{v \approx 38^\circ}$$

241. För att tangens ska kunna användas måste kateterna (de två sidor som bildar en rät vinkel med varandra i triangeln) vara kända. För att få den okända sidan här använder vi först Pythagoras sats:

$$40^2 + x^2 = 50^2$$

$$1600 + x^2 = 2500$$

$$x^2 = 2500 - 1600$$

$$x^2 = 900$$

$$x = \sqrt{900}$$

$$x = 30$$

$$\tan(v) = \frac{40}{30}$$

$$\tan(v) \approx 1,33$$

$$v = \tan^{-1}(1,33)$$

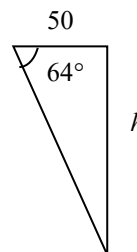
$$\mathbf{v \approx 53^\circ}$$

242. Om höjden i triangeln betecknas med x får vi:

$$\tan(22^\circ) = \frac{x}{200} \Leftrightarrow x = 200 \cdot \tan(22^\circ) \Leftrightarrow x \approx 80,8$$

$$\text{Areal} = 200 \cdot 80,8 / 2 \approx 8\,080 \text{ m}^2 \approx \mathbf{0,81 \text{ ha}}$$

243. Ur triangeln till vänster i figuren fås:



$$\tan(64^\circ) = \frac{h}{50} \Leftrightarrow h = 50 \cdot \tan(64^\circ) \Leftrightarrow h \approx 102,5$$

Areal av fyrhörningen fås då genom att man beräknar medelvärde av 100 och 200 och multiplicerar med h .

$$\text{Areal} = (100 + 200) / 2 \cdot 102,5 = 150 \cdot 102,5 = 150 (100 + 2,5) = 15\,000 + 375 \text{ m}^2 \approx \mathbf{1,54 \text{ ha}}$$

- 244 a) 1 cm $\leftrightarrow$ 20 000 cm

$$1 \text{ cm} \leftrightarrow 200 \text{ m}$$

$$2 \text{ cm} \leftrightarrow 400 \text{ m}$$

$$4 \text{ cm} \leftrightarrow 800 \text{ m}$$

$$\text{Areal} = 400 \cdot 800 / 2 = 160\,000 \text{ m}^2 = 16 \text{ ha}$$

Svar: **16 000 ekplantor**

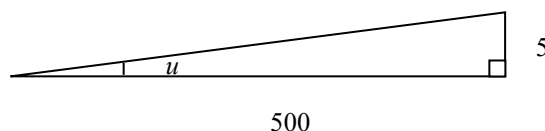
b) $\tan(v) = \frac{2}{4}$

$$\tan(v) = 0,5$$

$$v = \tan^{-1}(0,5)$$

$$v \approx \mathbf{26,5^\circ}$$

- 245.



Vinkeln u i ovanstående triangel är hälften av den sökta vinkeln v .

$$\tan(u) = \frac{5}{500}$$

$$\tan(u) = 0,01$$

$$u = \tan^{-1}(0,01)$$

$$u \approx 0,5^\circ$$

Vinkeln v som söks är dock dubbelt så stor.

$$v \approx \mathbf{1^\circ}$$

$$246. \quad \tan(27) = \frac{5,1}{x}$$

$$0,510 \approx \frac{5,1}{x}$$

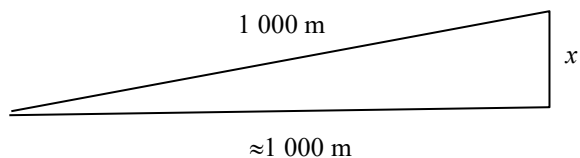
$$x \cdot 0,510 \approx 5,1$$

$$x \approx \frac{5,1}{0,510}$$

$$x \approx 10$$

Lutningsprocenten är då ungefär $5,1 / 10 \approx 0,51 = 51 \%$

- 247 a) Eftersom i trianglar med små vinklar den långa kateten och hypotenusan är ungefär lika långa så får vi här att den långa kateten är ungefär 1 000 m.



$$\frac{x}{1000} \approx 0,08$$

$$x \approx 0,08 \cdot 1000$$

$$x \approx \mathbf{80 \text{ meter}}$$

$$\text{b)} \quad \tan(v) = \frac{80}{1000}$$

$$\tan(v) = 0,08$$

$$v = \tan^{-1}(0,08)$$

$$v \approx \mathbf{4,5^\circ}$$