

3. SKOGLIGA TILLÄMPNINGAR

I detta avsnitt ska vi titta på några av de skogliga tillämpningar på geometri som finns. Vi börjar dock med att repetera procenträkning.

3.1 Procenträkning

Många tror att procenträkning är någonting lätt, och det kanske det egentligen är. Problemet med procent är att det hela tiden är fråga om *förhållanden* mellan tal, *relationer* och *andelar*. När man talar om procent måste man därför hela tiden göra klart vad det är procent av. Missar man detta kan en lämnad faktauppgift mycket väl missförstås.

Ordet procent kommer från latinets *pro centum* vilket betyder ”per hundra”. Om vi t.ex. vet att två personer i en grupp på 50 personer har en viss egenskap, så räknar vi om detta till hur många det skulle bli i en grupp på 100 personer. Enligt reglerna för bråkräkning får vi:

$$\frac{2}{50} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 50} = \frac{4}{100} = 0,04 = 4\%$$

Vi säger då att det är 4 procent i gruppen som har egenskapen. Om gruppen istället bestått av 100 personer hade det varit 4 som burit på egenskapen om andelen skulle vara densamma som i gruppen med 50. Två på 50 och fyra på hundra ger ju samma andel.

Ibland behöver man gå den andra vägen. Om det är 4 procent i en grupp som har en egenskap, hur många blir det då i en grupp på 200 personer?

$$4\% \text{ av } 200 = \frac{4}{100} \cdot 200 = \frac{4 \cdot 200}{100} = \frac{800}{100} = 8$$

4 procent är alltså för gruppen med 200 personer detsamma som 8 av dessa personer.

När man räknar med procent kan det vara bra att kunna övergången mellan bråktal, decimaltal och procent. Om en person är ensam i en grupp och bär på en egenskap bär ju $1/1 = 1 = 100$ procent i gruppen på egenskapen. På motsvarande vis; om en person i en grupp av tre personer bär på egenskapen är detta $1/3 \approx 0,33 = 33$ procent osv. Se Tabell 3.1 nedan. Att utantill kunna dessa övergångar mellan bråk och heltal har man ofta nytta av – åtminstone när man sitter i en förhandling med någon.

TABELL 3.1. Övergång mellan bråktal, decimaltal och procent.

Bråk	Decimaltal	Procent
1/1	= 1,000	100,0 %
1/2	= 0,500	50,0 %
1/3	≈ 0,333	33,3 %
1/4	= 0,250	25,0 %
1/5	= 0,200	20,0 %
1/6	≈ 0,170	16,7 %
1/7	= 0,143	14,3 %
1/8	= 0,125	12,5 %
1/9	= 0,111	11,1 %
1/10	= 0,100	10,0 %

EXEMPEL 3.1

På provyta A är det 4 av 14 träd som är lövträd. Hur många procent motsvarar det?

* * *

Lövandelen i beståndet är:

$$\frac{4}{14} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 7} = \frac{2}{7}$$

Men tabell 1.2 ovan säger att 1/7 motsvarar 14,3 procent och då måste 2/7 vara dubbelt så mycket, dvs. ungefär 28,6 procent. Slår du $2 \div 7$ på räknaren får du också mycket riktigt 0,2857...



EXEMPEL 3.2

En gran i ett bestånd är 20 meter hög och en tall i närheten är 25 meter.

- a) Hur mycket *kortare* är granen än tallen?
- b) Hur mycket *längre* är tallen än granen?

* * *

Problemet med procent är att de två uppgifterna ovan kommer att ge *olika* svar trots att relationen gäller *samma* träd. Det hänger på vilket av de två träden vi utgår från i jämförelsen. I a) är det tallen som är utgångspunkten och det som vi ska jämföra granen med, och i b) är det på motsvarande vis granen som är måttstocken.

$$a) \frac{\text{Höjdskillnad}}{\text{Tallens höjd}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$$

Granen är alltså 20 procent *kortare* än tallen.

$$b) \frac{\text{Höjdskillnad}}{\text{Granens höjd}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Tallen är alltså 25 procent *längre* än granen.



En annan variant att räkna procent, som vi kommer använda mycket senare på utbildningen, är att använda sig av *förändringsfaktorn*. Denna brukar ofta användas när man räknar på förändringar över tiden. Antag t.ex. att ett bestånd innehåller 1 000 m³ skog vid ett måttillfälle. Antag vidare att detta ökat till 1 030 m³ ett antal år senare. Med hur många procent har då virkesförrådet ökat?

$$\text{Förändringsfaktorn} = \frac{\text{Nytt värde}}{\text{Ursprungligt värde}} = \frac{1030}{1000} = 1,03$$

Att förändringsfaktorn är 1,03 innebär att det nya virkesförrådet är 103 procent av det gamla, dvs. att ökningen är 3 procent. Det är viktigt att du känner dig säker på *båda* dessa metoder för att beräkna procent.

EXEMPEL 3.3

Priset på massaved antas vara 200 kr/m³fub. Vad händer med detta pris om det...

- a) *ökar* med 20 %?
- b) *minskar* med 10 %?

* * *

- a) 20 % ökning innebär att förändringsfaktorn = 1,20.
Nytt pris: 1,20 · 200 = 240 kr/ m³fub
- b) 10 % minskning innebär att förändringsfaktorn = 0,90.
Nytt pris: 0,90 · 200 = 180 kr/ m³fub



EXEMPEL 3.4

Priset på massaved antas vara 500 kr/m³fub. Vad händer med priset om det först höjs med 10 % och därefter sänks med 10 % av det nya priset?

* * *

10 % ökning innebär att förändringsfaktorn = 1,10.

Nytt pris: $1,10 \cdot 500 = 550$ kr/m³fub.

10 % minskning innebär att förändringsfaktorn är 0,90.

Nytt pris: $0,90 \cdot 550 = 495$ kr/m³fub.

Observera att höjningen och sänkningen inte tar ut varandra. Totalt hamnar vi 5 kr under det ursprungliga priset på 500. Anledningen är att vi vid sänkningen tar 10 procent på 550 och detta är mer än vid ökningen då vi tog 10 procent på 500.

Observera också att vi direkt kunde ha fått fram svaret genom att beräkna (men då behöver vi nog räknare):

$$1,10 \cdot 0,90 \cdot 500 = 495$$

Vid flera procentuella höjningar och sänkningar efter varandra kan man alltså successivt multiplicera ändringsfaktorerna med varandra. I det här fallet blir $1,10 \cdot 0,90 = 0,99$ vilket alltså innebär 1 procents sänkning av priset sett sammantaget över tidsperioden (1 procent av 500 kr är 5 kr).



EXEMPEL 3.5

En varas pris höjs med 25 % till 12 500 kr. Vad kostade den före höjningen?

* * *

Antag att det okända priset *före* höjning är x kr. Vi vet vidare att förändringsfaktorn är 1,25. Vi får då ekvationen:

$$x \cdot 1,25 = 12500$$

$$x = \frac{12500}{1,25}$$

$$x = 10000$$



En sista kommentar här om procent. Det är viktigt att skilja på å ena sidan *procent* och å andra sidan *procentenheter*. Om t.ex. ett politiskt parti i en opinionsundersökning har ett väljarstöd som ökat från 5 % till 10 %

307. Två bestånd, A och B, ligger bredvid varandra. Bestånd A har arealen 4 ha och bestånd B arealen 16 ha.
- a) Hur många procent *mindre* är A än B?
 - b) Hur många procent *större* är B än A?
 - c) Om man slår ihop bestånden, hur många procent av den sammanlagda arealen utgörs då av arealen som från början hörde till bestånd A?
308. Ett år minskas antalet anställda vid en industri med 50 % och året efter ökar antalet anställda med 10 % från den bantade nivån. Med hur många procent har antalet anställda sjunkit totalt?
-

3.2 Skogskartan – en modell av verkligheten

Arbetar man i skogen klarar man sig knappast utan karta. Idag kan en skogvaktare/distriktsansvarig ansvara för 100 000 ha. Jämför detta med hur det såg ut för 30 år sedan då ansvarsområdet var i storleksordningen 10 000 ha och skogvaktaren kunde hålla hela området i huvudet. För att hjälpa den moderna skogsmannen finns som tur är olika geografiska informationssystem på datorn (GIS).

En bra karta ger snabbt mycket information. För att den ska kunna fungera som ett bra planeringsunderlag måste den dock visa rätt. I dagsläget är de flesta kartor på de stora skogsföretagen digitaliserade och inlästa i datorer. Detta är dock långt ifrån någon garanti för att de är riktiga. Digitaliseringen har ofta skett på ackord och många bestandsgränser är direkt felaktiga. Det kanske kommer att bli ett framtida arbete för dig att sitta och rätta till alla felaktiga linjer...

En karta har alltid en skala. Skalan beskriver egentligen relationen mellan bilden och verkligheten.

$$\text{Skala} = \text{Bild} : \text{Verklighet}$$

Om skalan t.ex. anges till 1:50 000 så betyder det att 1 cm på kartan (bilden) motsvarar 50 000 cm = 500 m i verkligheten. Kolonet (:) som anges mellan *Bild* och *Verklighet* är egentligen en gammal matematisk symbol för division. Skalan 1:50 000 skulle alltså också kunna uttryckas:

$$\frac{1}{50\,000} = \text{räkneregeler för bråk} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 50\,000} = \frac{2}{100\,000}$$

Skalan beskriver som sagt en relation mellan bild och verklighet. På samma sätt som 1 cm på kartan motsvarar 50 000 cm i verkligheten motsvarar 2 cm 100 000 cm i verkligheten. Relationen är ju densamma.

I praktiken behöver man kunna följande tre saker för att kunna hantera matematiken i kartor och ritningar.

- ① Utifrån en given sträcka i verkligheten och motsvarande sträcka på bilden/kartan kunna beräkna *skalan*.
- ② För en given skala kunna beräkna *sträckan i verkligheten* när man känner sträckan på bilden/kartan.
- ③ För en given skala kunna beräkna *sträckan på kartan* om man känner sträckan i verkligheten.

När man talar om kartor handlar det om att bilden är en *förminskning* av verkligheten. Talet *efter* kolonet kommer då att vara störst. I ritningssammanhang kan man mycket väl tänka sig tvärt om; att skissen är en *förstoring* av verkligheten. Då kommer talet före kolonet att vara störst. T.ex. betyder skalan 10:1 att 10 enheter i bilden motsvarar 1 enhet i verkligheten.

För att beräkna skalan dividerar man en given sträcka i bilden med motsvarande sträcka i verkligheten. Observera att de två sträckorna ska uttryckas i samma enhet.

EXEMPEL 3.6

Bestäm skalan för nedanstående ritning. Det streckade avståndet är 2 cm på ritningen och 5 mm på den verkliga detaljen.

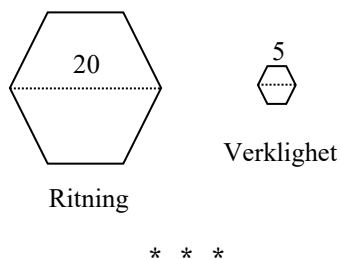


Bild $\leftrightarrow$ Verklighet

2 cm $\leftrightarrow$ 5 mm $\longleftarrow$ Samma enhet på båda sidorna

20 mm $\leftrightarrow$ 5 mm $\longleftarrow$ Dividera med 5 på båda sidorna

$$\frac{20 \text{ mm}}{5} \leftrightarrow \frac{5 \text{ mm}}{5}$$

4 mm $\leftrightarrow$ 1 mm

1 mm i verkligheten motsvara alltså 4 mm i bilden (/ritningen). Observera att vi lika gärna t.ex. då kan säga att 1 dm i verkligheten motsvarar 4 dm på bilden. Skalan är utan enhet och visar bara en relation.

Svar: Skalan är 4:1.



EXEMPEL 3.7

Avståndet mellan två orter är 69,2 cm på en karta med skalan 1:100 000. Hur långt är avståndet i verkligheten?

* * *

Bild ↔ Verklighet

1 cm ↔ 100 000 cm

1 cm ↔ 1 000 m

1 cm ↔ 1 km

69,2 cm ↔ 69,2 · 1 km

69,2 cm ↔ 69,2 km

Svar: Det är ca 69 km mellan orterna.



EXEMPEL 3.8

En spikrak stickväg som är 180 meter lång ska avbildas på en karta i skalan 1:1 000. Hur lång blir vägen på kartan?

* * *

Bild ↔ Verklighet

1 cm ↔ 1 000 cm

1 cm ↔ 10 m ← Dividera med 10 på båda sidorna

0,1 cm ↔ 1 m ← Multiplicera med 180 på båda sidorna

180 · 0,1 cm ↔ 180 m

18 cm ↔ 180 m

Svar: Stickvägen blir 18 cm lång på kartan.



ÖVNINGAR

309. Mellan två platser är det 8 cm på en karta i skalan 1: 50 000. Hur långt är det i verkligheten?
310. Ett hygge i form av en rektangel är avbildat i skala 1:500. På kartan är rektangelns sidor 15 och 20 cm långa. Hur stort är hyggets areal uttryckt i ha?
311. En snytbagge som i verkligheten är 12 mm lång har förstörats på en bild så att den är 6 cm. Vilken skala har bilden?



312. Vilken är skalan?
- a) 12 meter i verkligheten motsvarar 4 cm på bilden.
 - b) 6 cm på bilden motsvarar 12 km i verkligheten.
 - c) 8 mm i verkligheten motsvarar 20 cm på bilden.
313. En karta är ritad i skalan 1 : 20 000. Ett skogsskifte på kartan är format som en rektangel med basen 15,0 mm och höjden 10,0 mm. Beräkna skiftets areal i hektar.
-

3.3 Trädstammens volym

Stammen på ett träd ser ju varken ut som en cylinder eller som en kon. Eftersom stammen smalnar av kommer inte tvärsnitten att få samma area hela tiden. Avsmalningen är större än för cylindern, men inte fullt så stor som för konen. Som en tumregel och grov uppskattning kan man

därför på rotstående träd uppskatta trädets volym som grundytan (genomskärningsytan i brösthöjd) multiplicerat med höjden och dividera detta med 2. Allmänt uttryckt: "grundytan gånger halva höjden".

Trädets volym blir alltså därmed hälften så stor som vad en cylinder med samma diameter skulle ha, men större än motsvarande kon som ju utgör en tredjedel av cylinderns volym. Den diameter vi i skogen brukar använda på rotstående skog är dessutom den som finns i brösthöjd, 1,3 meter ovan jord.

Kvoten mellan stammens volym och motsvarande cylinders volym (alltså en cylinder med samma diameter och höjd som trädet) brukar kallas för *formtal*. I olika bestånd och för olika trädslag har man i regel olika formtal. Formtalet är sortlöst, dvs. det har ingen enhet.

Stammens volym = Formtalet · grundytan · höjden

Om vi räknar med den grova uppskattningen ovan blir formtalet 0,5. Alltså:

Stammens volym $\approx 0,5 \cdot$ grundytan $\cdot$ höjden

Observera att denna formel ska du kunna utantill som skogsmästare – inte bara vid examinationen i matematik.

3.4 Beståndets volym

På motsvarande vis som för det enskilda trädet kan man uppskatta volymen per areaenhet i ett helt bestånd genom att ta:

Beståndets volym $\approx 0,5 \cdot$ medelgrundyta $\cdot$ medelhöjd

Medelgrundytan i m^2/ha mäter man då på rotstående skog oftast in med relaskop och medelhöjden i meter med hjälp av höjdmätare. Med dimensionsräkning ser vi att beståndets volym därmed kommer att få enheten:

$$\frac{\text{m}^2}{\text{ha}} \cdot \text{m} = \frac{\text{m}^2 \cdot \text{m}}{\text{ha}} = \frac{\text{m}^3}{\text{ha}}$$

Genom att sedan multiplicera detta värde med arealen för beståndet får vi en uppskattning av det totala virkesförrådet i beståndet.

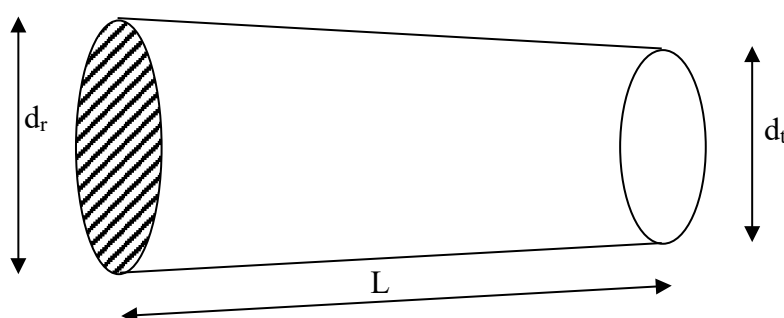
3.5 Stockens volym

I skogen används en massa olika enheter för att representera olika typer av volymer. Man pratar om volymer på och under bark, travad volym, toppmått volym osv. Mer om detta senare i kursen.

När skogen avverkas tar man bort kvistarna längs stammen och kapar upp stammen i ett antal olika stockar i passande längder. Detta brukar

kallas för att man apterar trädstammen. Apteringen sker idag mot en prislista som ligger i skördaren så att trädstammens värde kan optimeras utifrån prislistan och de presumtiva köparnas önskemål. I det här avsnittet ska vi titta på två formler för att uppskatta en stocks volym. Vi börjar med den enklaste varianten som används när vi ska göra massaved av stocken.

Antag att vi har en stock där vi bestämt diametern i såväl topp- som rotände (betecknas d_t respektive d_r i Figur 3.1 nedan). För att få stockens volym kan man då först beräkna den genomsnittliga ytan av topp- och rotände och därefter multiplicera denna genomsnittliga yta med längden på stocken. Med beteckningar enligt figuren nedan får vi:



$$V = L \cdot (\pi \cdot d_r^2 / 4 + \pi \cdot d_t^2 / 4) / 2 \quad (\text{Smalians formel})$$

Figur 3.1 Smalians formel för att bestämma en massavedstocks volym. L är stockens längd och d_t betecknar stockens diameter i toppändan. Formeln innebär att beräkna medelvärde av ändytornas area och sedan multiplicera detta medelvärdet med stockens längd.

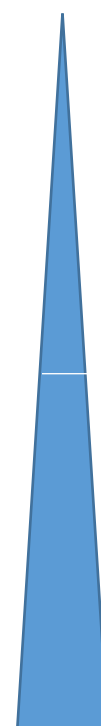
Om alla sträckor mäts i dm fås resultatet i enheten dm^3 .

Den andra formeln för att beräkna volymen av en massavedsstock är egentligen mer matematiskt korrekt, men svårare att förstå intuitivt. Enligt denna gäller (G_r = grundytan i rot- och G_t = grundytan i topp):

$$V = L \cdot (G_r + G_t + \sqrt{G_r \cdot G_t}) / 3 \quad (\text{Stympad kon})$$

Formeln kommer från formeln för en kon. Om stocken hade fortsatt att smalna av i samma takt som den gör nu och man sedan tar bort den övre delen som ligger utanför stocken så utgör ju denna topp en ny kon. Genom att ta skillnaden mellan de två konernas volym får man efter förenkling ovanstående formel.

Om man önskar bestämma volymen av ett fällt träd väldigt exakt kan man dela upp stammen i ett antal sektioner och använda den senare formeln för att få varje sektionens volym. Genom att slutligen addera sektionernas volym får man hela stammens volym.



Den övre delen av en kon som delas blir också en kon...

... medan den nedre delen inte blir en kon. Den nedre delen brukar kallas för "stympad kon".

Figur 3.2. Uppdelning av en kon.

ÖVNINGAR

314. Uppskatta stammens volym för ett träd med diameter 20 cm och höjd 18 meter. Svara i m³ avrundat till tre decimaler.
315. Ett träd har diametern 40 cm, höjden 25 meter och formtalet 0,60. Uppskatta dess volym i m³ med tre decimaler.
316. En trädstam kapas på ett ställe med en 2 mm tjock sågklinga. Hur många deciliter sågspån bildas om diametern är 37 cm vid kapstället? Svara i hela dl.
317. En stock har genomsärningsytan 150 cm² i topp- och 200 cm² i rotänden. Längden är 4 m. Använd Smalians formel för att beräkna dess volym i m³.
318. I ett bestånd är grundytan i genomsnitt 30 m²/ha. Uppskatta det totala virkesförrådet om medelhöjden är 18 meter och beståndets areal är 4 ha.
319. En trädstam med diameter 20 cm och höjd 15 meter håller volymen 250 dm³. Vad har trädet för formtal ungefär? Svara med två decimaler.
320. En kort stock har samma diameter i rot och topp och är alltså i princip formad som en cylinder. Längden är 30 dm. Diametern på bark är 33 cm och enkla barktjockleken är 15 mm och barken antas vara lika tjock överallt på stocken. Uppskatta volymen *under* bark. Svara avrundat till hela dm³.
321. På en 50 m² stor provyta står fyra träd med en sammantagen volym på 1,25 m³sk. Bestäm vilken volym och stamantal detta motsvarar per hektar.
322. På en cirkulär provyta med arean 100 m² står två tallar med diameter 10 cm och fyra granar med diameter 30 cm.
- a) Uppskatta hur många stammar detta motsvarar per hektar.
- b) Beräkna den *sammanlagda* virkesvolymen av de sex träden på provytan. Använd $\pi \approx 3$, formtalet 0,5 och följande höjdkurva för att uppskatta trädens höjder (där x är diametern i cm och y höjden i meter):
- $$y = 2 + 1,2x - 0,02 x^2$$
- c) Uppskatta hur många m³ svaret på uppgift b) motsvarar per hektar
-

3.5 Mer om enhetsomvandling

I de exempel vi såg i studieavsnitt två var det enkelt att gå från en enhet till en annan, det handlade i många fall bara om att flytta decimaltecknet ett lämpligt antal steg. Ibland är det svårare som t.ex. när man ska förvandla en valuta till en annan.

För att få ett exempel som är lätt att räkna med ska vi först anta att 1 euro har en växelkurs på precis 11 kr. Detta betyder att vi enkelt kan räkna ut att två euro motsvarar 22 kr, tre euro 33 kr osv. Matematiskt skulle vi kunna skriva så här där symbolen $\leftrightarrow$ betyder "motsvarar":

$$1 \text{ euro} \leftrightarrow 11 \text{ kr}$$

$$3 \cdot 1 \text{ euro} \leftrightarrow 3 \cdot 11 \text{ kr}$$

$$3 \text{ euro} \leftrightarrow 33 \text{ kr}$$

Studera tekniken ovan noga! För att få reda på vad 3 euro är värt multiplicerar vi alltså på båda sidor med 3. På vänster sida får vi antal euro och på höger sida antal kronor.

Vill vi istället växla 50 euro får vi detta i kronor genom att multiplicera med 50 på båda sidorna:

$$1 \text{ euro} \leftrightarrow 11 \text{ kr}$$

$$50 \cdot 1 \text{ euro} \leftrightarrow 50 \cdot 11 \text{ kr}$$

$$50 \text{ euro} \leftrightarrow 550 \text{ kr}$$

Enkelt eller hur? Lite svårare blir det om vi ska gå andra vägen; om vi t.ex. har tusen kronor och vill förvandla dem till euro. En metod som vi ska använda följer samma mönster som vi använde när vi höll på med kartskalor; vi tar reda på vad *en* enhet i var och en av de två valutorna är uttryckt i den andra. Vi tar alltså först reda på "*hur många kronor är en euro*" och "*hur många euro är en kr*". Försök förstå metoden, även om du kan lösa problemet på ett annat sätt. Metoden kommer du att ha nytta av senare.

$$1 \text{ euro} \leftrightarrow 11 \text{ kr}$$

Dividera med 11 på båda sidorna:

$$\frac{1}{11} \text{ euro} \leftrightarrow \frac{11}{11} \text{ kr}$$

$$0,0909 \text{ euro} \leftrightarrow 1 \text{ kr}$$

Vi har nu fått fram vad 1 kr är värd uttryckt i euro. Genom att multiplicera med 1 000 på båda sidor får vi då reda på hur många euro det motsvarar:

$$0,0909 \text{ euro} \leftrightarrow 1 \text{ kr}$$

$$1\,000 \cdot 0,0909 \text{ euro} \leftrightarrow 1\,000 \cdot 1 \text{ kr}$$

$$90,9 \text{ euro} \leftrightarrow 1\,000 \text{ kr}$$

Vill vi istället förvandla från dollar till pund (och tvärt om) gör vi på samma sätt. Vi tar reda på vad *"en dollar är uttryckt i pund"* och vad *"ett pund är uttryckt i dollar"*. Därefter har vi de två "broar" som behövs för att gå från den ena valutan till den andra.

EXEMPEL 3.9

Antag att man för 715 US-dollar (\$) får 544 pund (£).

- Ta reda på vad *en* enhet i respektive valuta är värd uttryckt i den andra valutan.
- Använd svaret i a) för att ta reda på hur mycket 850 pund motsvarar i US-dollar.
- Använd svaret i a) för att ta reda på hur mycket 56 US-dollar motsvarar i pund.

* * *

a) $715 \$ \leftrightarrow 544 £$

Dividera med 715 på båda sidorna:

$$\frac{715}{715} \$ \leftrightarrow \frac{544}{715} £$$

$$1 \$ \leftrightarrow 0,7608 £$$



Används för att gå från US-dollar till pund

På motsvarande vis fås i andra riktningen att:

$$715 \$ \leftrightarrow 544 £$$

Dividera med 544 på båda sidorna:

$$\frac{715}{544} \$ \leftrightarrow \frac{544}{544} £$$

$$1,3143 \$ \leftrightarrow 1 £$$



Används för att gå från pund till US-dollar

- b) Vi använder det nedre sambandet i a) ovan och får:

$$1 £ \leftrightarrow 1,3143 \$$$

$$850 \cdot 1 £ \leftrightarrow 850 \cdot 1,3143 \$$$

$$850 £ \leftrightarrow \mathbf{1\,117 \$}$$

c) Vi använder det övre sambandet i uppgift a) och får:

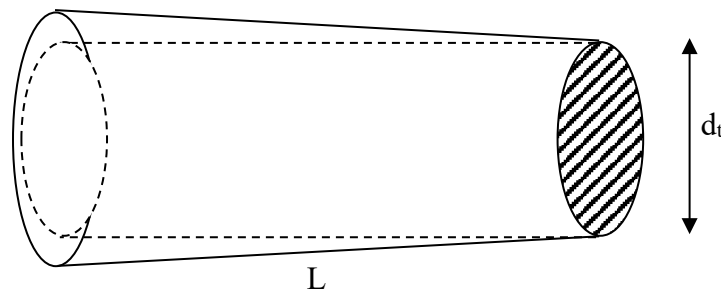
$$1 \$ \leftrightarrow 0,7608 \text{ £}$$

$$56 \cdot 1 \$ \leftrightarrow 56 \cdot 0,7608 \text{ £}$$

$$56 \$ \leftrightarrow \mathbf{42,6 \text{ £}}$$
 (egentligen 42,61 pund)



I skogsbruket används olika sätt att mäta volymer. Så länge skogen står på rot, dvs. före det att den avverkas brukar den mätas i enheten skogskubikmeter, (förkortas: m^3sk). Med detta avses hela stammens volym ovanför stubben, inklusive topp och bark. När sågverken betalar för stockar brukar de istället redovisa prislistan efter enheten kubikmeter toppmätt (m^3to). Denna volym innehåller inte någon som helst bark. Vidare har nästan alla stockar en viss avsmalning så att de är tjockare i sin rotända än i sin toppända. Med toppmätt volym avses den volym under bark stocken skulle ha om den hade samma tjocklek som i toppen hela vägen.



$$V = L \cdot (\pi \cdot d_t^2 / 4)$$

Figur 3.3 Formeln för att bestämma en stocks *toppmätta* volym. L är stockens längd och d_t betecknar stockens diameter i toppändan. Formeln är helt enkelt den vanliga formeln för den toppcylinder som ligger i stocken.

Motiveringen för att det är den toppmätta volymen som är prisgrundande är logisk. Om man ska såga ut bräder ur en stock så kommer mycket i stockens rotända att försvinna i spill. Det avgörande för hur stor volym sågad vara man kan få ut är dess toppdiameter (brukar betecknas D_T) och dess längd (L). I en jämförelse mellan skogskubikmeter och toppmätt volym så kommer ett givet träd alltid att ha en lägre volym uttryckt i enheten m^3to än i enheten m^3sk .

Förutom de två ovan angivna typerna av volymer; skogskubikmeter och toppmätt volym, finns ytterligare fler varianter. Endast en ska tas upp här: Kubikmeter travat mått, obarkat (m^3t). Detta är volymen för en virkestrave där flera stockar ligger på varandra. Eftersom stockarna alltid är olika till sin form, ofta lite sneda och krökta, så kommer de inte kunna staplas på ett optimalt sätt. Den travade volymen, alltså den volym som man får plats att transportera på en timmerbil t.ex. kommer därför att vara betydligt större än vad summan av stockarnas toppmätta volym är.

För att översätta från en volymenhet till en annan använder man sig ofta av så kallade omföringstabeller. Dessa fungerar ungefär som konverteringsexemplen med valutorna ovan. Man anger i tabellerna vad en enhet är uttryckt i den andra. Omföringstalen varierar för olika landsdelar, med olika trädslag och beroende på om stockarna är klena, medel eller grova. För medelgrovt tall gäller t.ex. som ett genomsnitt i landet Tabell 3.1 nedan.

Tabell 3.1. Omföringstal för olika volymenheter i skogen.
Källa: Praktisk skogshandbok (1994).

Från:	Till: m ³ sk	m ³ to	m ³ t
m ³ sk	1	-	-
m ³ to	1,485	1	-
m ³ t	0,704	0,474	1

Har man t.ex. 200 m³t som man vill förvandla till m³to kan man ur tabellen utläsa:

$$1 \text{ m}^3\text{t} \leftrightarrow 0,474 \text{ m}^3\text{to}.$$

Genom att multiplicera med 200 på båda sidor fås:

$$200 \cdot 1 \text{ m}^3\text{t} \leftrightarrow 200 \cdot 0,474 \text{ m}^3\text{to}$$

$$200 \text{ m}^3\text{t} \leftrightarrow 94,8 \text{ m}^3\text{to}.$$

Problemen blir här större om man ska gå från 200 m³sk till m³to. På samma sätt som i exemplet tidigare med valutor måste vi då ta reda på vad 1 m³sk är uttryckt i m³to. Tabellen ger oss:

$$1 \text{ m}^3\text{to} \leftrightarrow 1,485 \text{ m}^3\text{sk}$$

Om vi istället haft det enklare

$$1 \text{ m}^3\text{to} \leftrightarrow 2 \text{ m}^3\text{sk}$$

så hade vi direkt sett att varje m³sk motsvarar $\frac{1}{2}$ m³to. Eller hur? Matematiskt får vi detta resultat genom att dividera med 2 på båda sidorna. Eftersom vi nu har 1,485 m³sk måste vi dividera med detta tal istället:

$$1 \text{ m}^3\text{to} \leftrightarrow 1,485 \text{ m}^3\text{sk}$$

Dividera med 1,485 på båda sidor :

$$\frac{1}{1,485} \text{ m}^3\text{to} \leftrightarrow \frac{1,485}{1,485} \text{ m}^3\text{sk}$$

$$\text{Beräkna med miniräknaren : } 1/1,485 = 0,673$$

$$0,673 \text{ m}^3\text{to} \leftrightarrow 1 \text{ m}^3\text{sk}$$

Om vi då vill förvandla 200 m³sk till m³to får vi alltså:

$$1 \text{ m}^3\text{sk} \leftrightarrow 0,673 \text{ m}^3\text{to}$$

$$200 \cdot 1 \text{ m}^3\text{sk} \leftrightarrow 200 \cdot 0,673 \text{ m}^3\text{to}$$

$$200 \text{ m}^3\text{sk} \leftrightarrow 135 \text{ m}^3\text{to} \quad (\text{egentligen } 134,6 \text{ m}^3\text{to})$$

EXEMPEL 3.10

- Slå i Tabell 3.1 ovan upp vad 1 m³t är uttryckt i m³sk.
- Använd svaret från a) för att ta reda på vad 1 m³sk är uttryckt i m³t.
- Använd svaret i b) för att ta reda på hur många m³t som motsvarar 800 m³sk.

* * *

- Vi ska gå *från* m³t *till* m³sk. Tabellen ger:
 $1 \text{ m}^3\text{t} \leftrightarrow 0,704 \text{ m}^3\text{sk}$
- $1 \text{ m}^3\text{t} \leftrightarrow 0,704 \text{ m}^3\text{sk}$
 Dividera med 0,704 på båda sidor :

$$\frac{1}{0,704} \text{ m}^3\text{t} \leftrightarrow \frac{0,704}{0,704} \text{ m}^3\text{sk}$$

 Beräkna med miniräknaren : $1/0,704 = 1,420$
 $1,420 \text{ m}^3\text{t} \leftrightarrow 1 \text{ m}^3\text{sk}$
- Vi använder det samband som vi fick fram i uppgift b):
 $1 \text{ m}^3\text{sk} \leftrightarrow 1,420 \text{ m}^3\text{t}$
 $800 \cdot 1 \text{ m}^3\text{sk} \leftrightarrow 800 \cdot 1,420 \text{ m}^3\text{t}$
 $800 \text{ m}^3\text{sk} \leftrightarrow 1136 \text{ m}^3\text{t}$



ÖVNINGAR

323. Utgå från att 150 euro är 1 708 kr.
- Bestäm vad 1 euro är i kr. Svara avrundat till tre decimaler.
 - Bestäm vad 80 euro är i kr. Använd resultatet i a).
 - Bestäm vad 1 kr är i euro. Svara avrundat till tre decimaler.
 - Bestäm vad 7 500 kr är i euro. Använd svaret i c).

- 324.** Utgå från att 2 500 japanska yen motsvarar 180,65 kr.
- a) Bestäm vad 1 000 kr är i yen.
 - b) Bestäm vad 50 000 yen är i kr.
- 325.** Utgå från att 10 kanadensiska dollar motsvarar 75,82 kr.
- a) Bestäm vad 10 000 kr är i kanadensiska dollar.
 - b) Bestäm vad 0,76 kanadensiska dollar är i kr.
- 326.** Utgå från att 1 norsk krona är 0,96 svenska kr och att 1 dansk krona är 1,52 svenska kr.
- a) Hur mycket är en svensk kr uttryckt i norska kr?
 - b) Hur mycket är en svensk kr uttryckt i danska kr?
 - c) Hur många danska kronor får man för 1 000 svenska?
 - d) Hur många norska kronor får man för 1 000 svenska?
 - e) Hur många danska kr får man för 1 000 norska? Ledning: Förvandla först de 1 000 norska till svenska kr och sedan dessa kronor till danska.
- 327.** Utgå att det för medelgrov björk gäller att $74 \text{ m}^3\text{to}$ motsvarar $105,4 \text{ m}^3\text{sk}$.
- a) Bestäm vad $1 \text{ m}^3\text{to}$ är i m^3sk . Svara avrundat till tre decimaler.
 - b) Bestäm vad $2 000 \text{ m}^3\text{to}$ är i m^3sk . Använd resultatet i a).
 - c) Bestäm vad $1 \text{ m}^3\text{sk}$ är i m^3to . Svara avrundat till tre decimaler.
 - d) Bestäm vad $500 \text{ m}^3\text{sk}$ är i m^3to . Använd svaret i c).
- 328.** Utgå från att det för gran i ett visst område gäller att $73 \text{ m}^3\text{t}$ motsvarar $48 \text{ m}^3\text{to}$.
- a) Bestäm vad $1 000 \text{ m}^3\text{t}$ är i m^3to .
 - b) Bestäm vad $0,85 \text{ m}^3\text{to}$ är i m^3t .

329. Utgå från att det för grov björk i ett visst område gäller att $0,280 \text{ m}^3\text{t}$ motsvarar $0,200 \text{ m}^3\text{sk}$.

a) Bestäm vad $0,05 \text{ m}^3\text{sk}$ är i m^3t .

b) Bestäm vad $92,6 \text{ m}^3\text{t}$ är i m^3sk .

330. Utgå från att det för klena stockdimensioner av tall gäller att $1 \text{ m}^3\text{to}$ motsvarar $1,61 \text{ m}^3\text{sk}$ och att $1 \text{ m}^3\text{t}$ motsvarar $0,76 \text{ m}^3\text{sk}$.

a) Hur mycket är $1 \text{ m}^3\text{sk}$ uttryckt i m^3t ?

b) Hur mycket är $1 \text{ m}^3\text{sk}$ uttryckt i m^3to ?

c) Hur många m^3t får man för $0,48 \text{ m}^3\text{sk}$?

d) Hur många m^3to motsvarar $480 \text{ m}^3\text{sk}$?

e) Hur många m^3t motsvarar $500 \text{ m}^3\text{to}$? Ledning: Förvandla först de $500 \text{ m}^3\text{to}$ till m^3sk och sedan dessa m^3sk till m^3t .

331. Utgå från nedanstående omföringstabell (1 kanadadollar motsvarar 7,53 svenska kr och 1 pund motsvarar 13,42 svenska kr). Komplettera de fyra tomma cellerna med lämpliga omföringstal (tre dec.).

Från:	Till:		
Kronor	Kronor	Kan-dollar	Pund
Kronor	1		
Kan-dollar	7,53	1	
Pund	13,42		1

332. Förutom de tidigare redovisade enheterna för skogsvolym finns också en enhet som kallas m^3fub (kubikmeter fast under bark). Utgå från nedanstående omföringstabell som gäller för björk. Komplettera de tomma cellerna med lämpliga omföringstal.

Från:	Till:		
m^3sk	m^3sk	m^3to	m^3fub
m^3sk	1		
m^3to	1,424	1	
m^3fub		0,864	1