

4. EKVATIONER OCH MATEMATISKA MODELLER

I detta avsnitt ska vi först repetera lite om de enklaste ekvationerna – de som kallas linjära. Sedan ska vi också repetera hur man bestämmer en rät linjes ekvation. Den rätta linjen är den enklaste formen av matematisk modell. Vi kommer att använda den men även andra matematiska modeller som används i skogsbruket i kommande kurser.

4.1 Algebraisk lösning av ekvationer

Metoden när man löser ekvationer av första graden, alltså ekvationer som innehåller x -termer men ej termer av typen x^2 , x^3 , ... är hela tiden densamma:

1. Utför parentesmultiplikation.
2. Samla x -termerna på ena sidan av likamedtecknet och konstanterna (/siffrorna) på den andra.
3. Gör x fritt på ena sidan.

När man flyttar över en term från ena sidan till den andra i ekvationen måste man komma ihåg att byta tecken.

EXEMPEL 4.1

Lös ekvationen: $43 = 5(3,6 - x)$

* * *

$$43 = 5(3,6 - x)$$

$$43 = 5 \cdot 3,6 - 5 \cdot x$$

Utför parentesmultiplikation

$$43 = 18 - 5x$$

$$43 - 18 = -5x$$

Samla x -termerna på ena sidan

$$25 = -5x$$

$$25 / -5 = x$$

Gör x fritt

$$-5 = x$$

Här får vi alltså svaret $x = -5$. Det går lätt att kontrollera att detta är rätt. Vi stoppar helt enkelt in -5 istället för x i det ursprungliga uttrycket och kontrollerar att detta ger resultatet 43.

Kontroll: $5(3,6 - (-5)) = 5 \cdot (3,6 + 5) = 5 \cdot 8,6 = 43$ OK!



EXEMPEL 4.2

Lös ekvationen: $2(x - 1) - 4(3 - 2x) = 1$

* * *

$$2(x - 1) - 4(3 - 2x) = 1$$

$$2x - 2 - 12 + 8x = 1$$

$$10x - 14 = 1$$

$$10x = 1 + 14$$

$$10x = 15$$

$$x = 15/10$$

$$x = 1,5$$

Kontroll: $2(1,5 - 1) - 4(3 - 2 \cdot 1,5) = 2(0,5) - 4(0) = 1$ OK!

**ÖVNINGAR**

☞ Lös följande ekvationer

401 a) $11 - x = 22$

b) $20x = 12$

c) $x / 8 - 4 = 4$

d) $3,5 = 4,1 - 3x$

402 a) $\frac{1}{8}x + 3 = 4$

b) $\frac{x}{0,4} + 1,74 = -0,26$

c) $\frac{1}{9}x - 5 = 13$

d) $\frac{10x}{12} - 8 = 2$

403 a) $18 + 2x = -8x$

b) $1,25x = 1\,250$

c) $6x = -3x$

d) $-6x - 3 = -4x + 8$

404 a) $2x - 12 = -5x$

b) $14 - 3x = -x$

c) $3 - 5x = 3x - 5$

d) $14 - 2x = -4x - 10$

405 a) $2x + 22 = 0$

b) $80 + 6x = 20$

c) $16 - 0,5x = 8$

d) $100x - 0,55 = 1,25$

406 a) $5 + \frac{5x}{7} = 15$

b) $\frac{2x}{3} - 5 = 9$

c) $\frac{3x}{4} = 1,25 + x$

d) $10 - 6x = 25 - 5x$

407 a) $5x + (3 + 2x) = x + 21$

b) $(x + 2)(x + 5) = x(x + 3)$

c) $15x + 25 = 3x + 61$

d) $7x - 6 = 5x + 16$

408 a) $2(x + 1) - 3(x - 2) = 4(x - 3)$

b) $(x - 1)(x + 1) - (x - 2)^2 = 2$

c) $-2x = (x + 2)(x - 2) - (x - 2)^2$

d) $8x + 9 - (6x - 8) = 13x - 4 - 5(1 - 0,4x)$

409 a) $5x - (2x - 3) = 2$

b) $9(x + 5) - 4(3 + 2x) = 7 - 2(x - 1)$

c) $9(x + 1)^2 - (3x - 1)(2 + 3x) = 41$

d) $(x + 3)(x - 1) - (x - 3)^2 = 2x$

4.2 Problemlösning med ekvationer

Om en siffra i ett problem är okänd kan man beteckna den med bokstaven x och försöka räkna som om man visste vad x hade för värde. På så vis kan man få en ekvation som i bästa fall enkelt kan lösas. Ett exempel illustrerar.

EXEMPEL 4.3

Hur mycket vatten ska tillsättas 3 hg av en 20%-ig saltlösning för att salthalten ska bli 12 %?

* * *

Antag att x hg vatten ska tillsättas.

Mängd salt: 20 % av 3 hg = $0,20 \cdot 3$ hg = 0,6 hg

Total vikt efter att x hg vatten tillsatts: $x + 3$

Genom att dividera vikten salt (0,6 g) med totalvikten ($x + 3$) ska $12\% = 0,12$ fås. Vi får alltså ekvationen:

$$\frac{0,6}{x + 3} = 0,12$$

$$0,6 = 0,12 \cdot (x + 3)$$

$$0,6 = 0,12x + 0,36$$

$$0,6 - 0,36 = 0,12x$$

$$0,24 = 0,12x$$

$$\frac{0,24}{0,12} = x$$

$$x = 2$$

Svar: Genom att tillsätta 2 hg vatten blir blandningen 12%-ig.



ÖVNINGAR

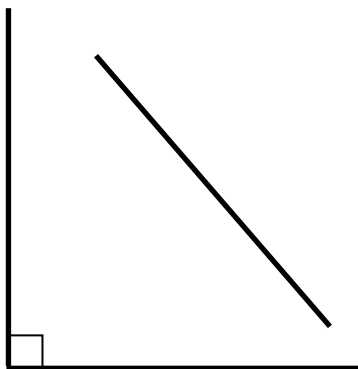
 Ställ upp ekvationer för att lösa följande problem

- 410.** Kursen på en aktie har under ett år ökat med 5 % till 120 kr.
- a) Vad blir ändringsfaktorn i exemplet?
 - b) Om aktiekursen *före* ökning betecknas med x , vilken ekvation kan då ställas upp?
 - c) Vad ger ekvationen för lösning, vilken var kursen *före* ökningen?
- 411.** En rektangelformad provyta utlagd i skogen är 144 m^2 . Längden på ena sidan är 36 meter. Beräkna längden av den andra sidan.
- 412.** Du ska lägga ut en cirkulär provyta i skogen med arean 200 m^2 . Vilken radie ska du välja?
- 413.** Du ska lägga ut en cirkulär provyta i skogen som har lika stor *area* som en kvadrat med sidan 55 m. Vilken radie ska du välja?
- 414.** Du ska lägga ut en cirkulär provyta i skogen som har lika stor *omkrets* som en kvadrat med sidan 55 m. Vilken radie ska du välja?

415. En person får betala 33 procent i skatt och får efter skatt ut 36 500 kr netto varje månad. Vilken är hennes bruttolön? Lös problemet genom att ställa upp en ekvation där x betecknar bruttolönen.
416. Under en arbetsdag med motormanuellt gallringsarbete producerar Huggman 300 massavedsbitar. Huggman producerar därmed 50 % fler bitar än Fällkvist. Låt x beteckna antalet bitar Fällkvist producerar. Ställ upp en ekvation i stil med den i exempel 24 ovan. Lös ekvationen. Hur många bitar producerar Fällkvist?
417. Under 2023 ökade den genomsnittliga virkesintäkten vid väg med 12 procent till 588 kr/m³fub. Låt x beteckna motsvarande intäkt 2022. Vilken ekvation kan ställas upp? Lös ekvationen. Hur stor var virkesintäkten före ökningen?
418. I skogen används olika sätt att räkna kubikmeter. Om man har volymen under bark kan man för tall få volymen på bark (inklusive bark) genom att lägga på 22 %. Antag att vi har 600 m³ tall *på* bark, hur mycket motsvarar det *under* bark? Sätt upp en ekvation där x betecknar volymen tall under bark. Hur många m³ under bark blir det?
419. Ett skogsbestånd som innehåller 10 000 m³ delas upp i två delbestånd A och B, där B är tre gånger så stort som A. Utgå från att virkesförrådet är jämnt fördelat över arealen. Hur många m³ hamnar i A och hur många i B? Lös problemet genom en ekvation där x betecknar antalet kubikmeter i del A.
420. Hur mycket vatten ska tillsättas 2 kg av en 10%-ig saltlösning för att blandningen ska bli 5%-ig? Låt x beteckna antalet kg vatten som tillsätts. Ställ upp och lös en ekvation för problemet.
-

4.3 Pythagoras sats

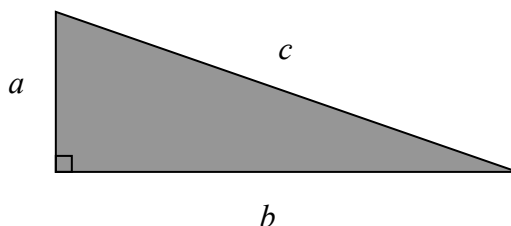
För rätvinkliga trianglar gäller Pythagoras sats. Om du t.ex. tar tre tändstickor så kan du inte bilda en rätvinklig triangel med hjälp av dessa. Om du lägger två stickor så att de bildar en rät vinkel så räcker inte den tredje stickan till för att få kontakt med de båda andra.



Annorlunda uttryckt bestämmer längden på kateterna (sidorna som bildar rät vinkel med varandra) hur lång hypotenusan ska vara. Detta upptäckte den grekiske filosofen och matematikern Pythagoras ca 550 f.Kr.

I alla rätvinkliga trianglar med kateterna a och b och hypotenusan c så gäller Pythagoras sats:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Vid praktisk räkning är det viktigt att hålla reda på vilka sidor som är kateter (a och b i figuren ovan) och vilken sida som är hypotenusan (c i figuren). Den lilla fyrkanten i nedre vänstra hörnet markerar att vinkeln mellan sidorna a och b är rät (90°).

EXEMPEL 4.4

I en rätvinklig triangel är kateterna 3 respektive 4 cm långa. Bestäm längden på hypotenusan.

* * *

Antag att hypotenusan är x cm lång. Pythagoras sats ger följande ekvation:

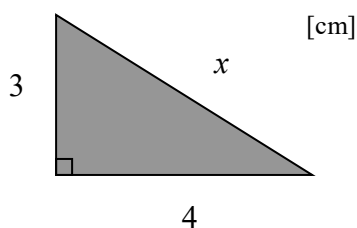
$$3^2 + 4^2 = x^2$$

$$9 + 16 = x^2$$

$$25 = x^2$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

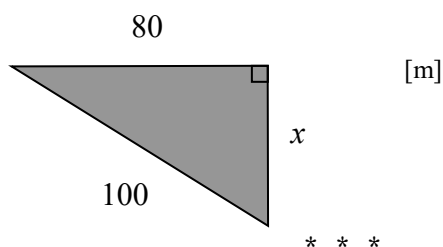


Svar: Sidan markerad med x är 5 cm lång.



EXEMPEL 4.5

Hur lång är sträckan markerad med x i figuren nedan?



Nu är det inte hypotenusan utan kateten som är okänd. Pythagoras sats ger:

$$80^2 + x^2 = 100^2$$

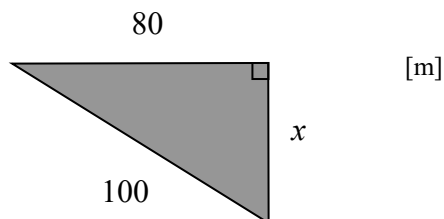
$$6400 + x^2 = 10000$$

$$x^2 = 10000 - 6400$$

$$x^2 = 3600$$

$$x = \sqrt{3600}$$

$$x = 60$$



Svar: Sidan markerad med x är 60 meter.

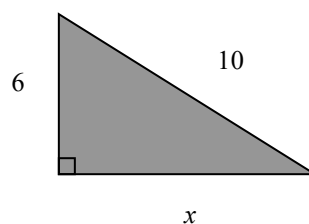
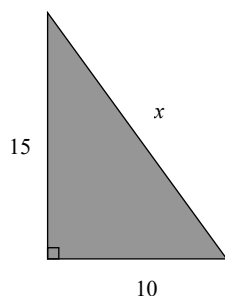


ÖVNINGAR

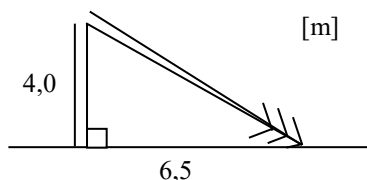


Använd ekvationer för att lösa nedanstående problem.

421. Bestäm längden på sidan markerad med x i nedanstående två figurer. Svara avrundat till närmaste heltal.

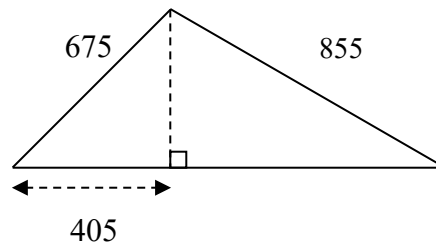


422. Ett träd har brutits av enligt figuren nedan så att det bildar en triangel mot markplanet. Uppskatta hur högt det ursprungligen var. Svara i meter avrundat till en decimal. Figuren är inte skalenlig.



423. Beräkna den tredje sidan i en rätvinklig triangel där hypotenusan är 85 mm och en katet 40 mm. Svara i hela mm.
424. Beräkna längden på diagonalen i en rektangel vars ena sida är 250 m och andra 75 m. Svara avrundat till hela meter.

- 425 a) Beräkna triangelns area genom att först bestämma höjden mot basen. Enheten på sträckorna är i meter. Svara avrundat till hela hektar.



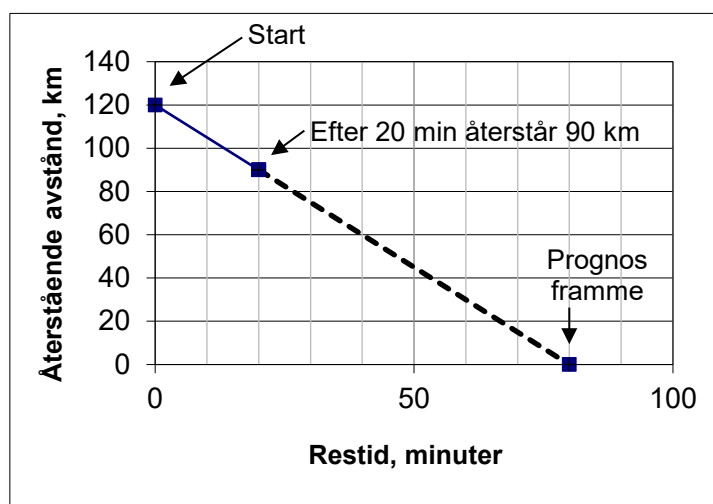
- b) Antag att du på ytan har 25 000 stammar.
- c) Antag vidare att stammarna är planterade i kvadratförband enligt skissen nedan. Hur långt kommer det i genomsnitt att vara mellan stammarna på respektive rad (och även då mellan raderna) i den här skogen?

o	o	o	o
o	o	o	o
o	o	o	o
o	o	o	o

4.4 Matematiska modeller

Vi lever i ett alltmer tekniskt och ofta ganska stressat tidevarv. För att vi ska kunna vara maximalt effektiva vill vi kunna göra så bra planer för framtiden som möjligt. Detta förutsätter någon form av prognoser för hur denna framtid kommer att se ut. Kommer vädret att bli bra i morgon? Kommer vi att kunna försörja världens befolkning om tio år? Mycket av dagens forskning går ut på att hitta modeller med vars hjälp man kan försöka förutsäga framtiden. Även i skogsbruket används massor av prognoser för att på förhand exempelvis kunna uppskatta hur många kubikmeter som faller ut av en avverkning, hur lång tid avverkningen kommer att ta, hur mycket den kommer kosta och hur stor intäkten blir.

I sin enklaste form kan en sådan här modell vara linjär, dvs. beskrivas av en linje som i Figur 4.1 nedan.



Figur 4.1. Exempel på en linjär modell.

Antag t ex att du startar med din bil kl. 06.30 och ska resa 120 km. Klockan 06.50 har du avverkat 30 km. Om du fortsätter i samma takt kommer du att vara framme om en timme, kl. 07.50, eftersom de nio mil som återstår borde ta tre gånger så lång tid (d v s $3 \cdot 20 = 60$ minuter). Den totala restiden för de 12 milen blir då 80 minuter. Den här linjära modellen kan ibland fungera riktigt bra, men långtifrån alltid. Ska vi t.ex. i slutet av resan färdas tvärs igenom en storstad i rusningstrafik så är ju inte de första tre milens tidsåtgång representativa för hela resan. Prognosen kommer då att slå fel.

En linjär modell utmärker sig med att för varje steg man ökar x med så ökar eller minskar y hela tiden med *samma* värde. För bilresan antog vi ju att för varje 20-minuters-intervall så minskade avståndet till målet med 30 km. Minskningen i avstånd antogs vara lika stor i början som i slutet av resan.

Matematiskt kan alla linjer uttryckas på formen:

$$y = a + bx$$

där konstanten a är linjens riktningskoefficient och konstanten b är y -värdet där linjen skär y -axeln. Om vi känner värdet på a kan vi direkt se om linjen är stigande eller avtagande. Är a -värdet negativt *faller* linjen medan den *stiger* om a -värdet är positivt.

Linjen i Figur 4.1 har ekvationen $y = 120 - 1,5x$ där x är restiden i minuter och y är det återstående avståndet i km. Funktionen gäller för x i intervallet mellan 0 och 80 minuter, vilket matematiskt brukar skrivas: $0 \leq x \leq 80$ (noll är mindre än eller lika med x som i sin tur är mindre än eller lika med 80).

Den matematiska funktionen (linjen) kan användas för prognoser av den typ vi gjorde här ovan förut. Om vi t ex vill veta hur många km som återstår efter 30 minuters färd stoppar vi in $x = 30$ i funktionen:

$$y = 120 - 1,5x, \quad x = 30 \quad \Rightarrow \quad y = 120 - 1,5 \cdot 30 = 75.$$

Efter 30 minuter återstår alltså 75 km till målet.

Vi kan också vända på steken och fråga oss vid vilken tid vi kommer att ha precis 20 km kvar. Då är det alltså y som är 20 eftersom y var sträckan. Detta resulterar i följande ekvation:

$$20 = 120 - 1,5 \cdot x$$

$$1,5 x = 100$$

$$x = 100 / 1,5 \approx 67$$

Efter ca 67 minuter har vi alltså 20 km kvar till målet.

När man tagit fram en funktion i stil med den ovan kan den alltså användas för att besvara en massa frågor. Den färdiga funktionen kan även stoppas in i en miniräknare eller dator som gör det otroligt lätt att använda den. Vi ska nu titta på en generell metod för att bestämma det matematiska uttrycket för en linjär funktion.

4.5 Linjära funktioner

Tänk dig ett diagram i stil med Figur 4.1 ovan. Om man ritar in två punkter vilka som helst så kan man med linjal alltid dra en rät linje som går genom dessa. De två punkterna spänner alltså upp en linje. För att uttrycka den här linjens ekvation på formen $y = a + bx$ måste man ta reda på värdet på konstanterna a och b .

Antag att de två punkternas koordinater som spänner upp linjen kallas $(x_1 ; y_1)$ respektive $(x_2 ; y_2)$. Då kan riktningskoefficienten, b -värdet, beräknas som:

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Detta b -värde kan sedan sättas in i en annan formel för att beräkna a -värdet:

$$y_1 = a + bx_1$$

Observera att i ett konkret exempel är a , x_1 och y_1 i formeln här konstanter (tal) medan x och y är variabler (bokstäver).

EXEMPEL 4.6

Beräkna linjens ekvation för bilresan som omnämnts ovan. Låt x vara restid i minuter och y kvarvarande avstånd i km. Vi visste att efter 0 minuter var avståndet 120 km, och efter 20 minuter 90 km.

$$(x_1 ; y_1) \quad (x_2 ; y_2)$$

De två punkter som var givna var alltså $(0 ; 120)$ och $(20 ; 90)$. Insättning i den första formeln ger:

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{90 - 120}{20 - 0} = \frac{-30}{20} = -1,5$$

Ett negativt b -värde var ju precis vad vi kunde förvänta oss eftersom linjen är fallande (se Figur 4.1).

När b -värdet beräknats blir nästa steg att stoppa in detta och någon av datapunkterna (det går bra med vilken som helst) i den andra formeln:

$$y_1 = a - 1,5x_1$$

$$120 = a - 1,5 \cdot 0$$

$$120 = a$$

Vi får då svaret (stoppa in de framräknade värdena på a och b):

$$y = 120 - 1,5x$$

Det är lätt att kontrollera att 0 på x ger 120 på y samt att 20 på x ger 90 på y .

Svar: Linjens ekvation är $y = 120 - 1,5x$



EXEMPEL 4.7

När en tall planteras har den längden 20 cm. Efter fem tillväxstsäsonger är längden 100 cm.

- Bestäm en linjär funktion som ger sambandet mellan antalet tillväxstsäsonger (x) och tallens längd i cm (y).
- Bestäm tallens längd efter fyra säsonger enligt modellen.
- Bestäm hur många tillväxstsäsonger som krävs för att längden ska överstiga 200 cm enligt modellen.

* * *

$$(x_1 ; y_1) \quad (x_2 ; y_2)$$

- De två punkter som är givna är $(0 ; 20)$ och $(5 ; 100)$. Insättning i första formeln ger:

$$b = \frac{100 - 20}{5 - 0} = \frac{80}{5} = 16$$

Ur den andra formeln får vi:

$$y_1 = a + 16x_1$$

$$20 = a + 16 \cdot 0$$

$$20 = a$$

Svar: $y = 20 + 16x$

b) $x = 4$ ger $y = 20 + 16 \cdot 4 = 84$ cm

c) $y = 200$ ger ekvationen:

$$200 = 20 + 16x$$

$$200 - 20 = 16x$$

$$180 = 16x$$

$$180 / 16 = x$$

$$x = 11,25$$

Svar: Det krävs alltså åtminstone 12 tillväxtsåsonger.



Observera att riktningskoefficienten hela tiden anger med hur mycket y minskar eller ökar när man ökar x med precis *en* enhet. I exemplet med bilresan var riktningskoefficienten $-1,5$. Detta säger oss att avståndet *minskar* med 1,5 km för varje ytterligare minut vi färdas. I Exempel 4.7 ovan var riktningskoefficienten $+16$. Tolkningen av detta blir att tallen *ökar* sin längd med 16 cm varje tillväxtsåsong. En linje med negativt b-värde är alltså fallande (som i Figur 4.1) medan en linje med positivt b-värde är stigande.

På motsvarande vis anger a-värdet var linjen skär y -axeln någonstans. I Figur 4.1 skär linjen y -axeln vid 120 varför också a får detta värde. Bara genom att studera uttrycket för linjens ekvation får man alltså direkt en bild av hur linjen ser ut; var den startar och om de faller eller stiger.

4.6 Funktionens graf och värdetabeller

När man grafiskt ska illustrera en funktion brukar man använda ett koordinatsystem. En funktion visar ju hur sambandet mellan två variabler, x och y , ser ut. Då brukar man i koordinatsystemet ha x -värden på den horisontella axeln och motsvarande y -värden på den vertikala axeln.

Oavsett om du arbetar manuellt eller i Excel skapas kurvor som visar hur en funktions graf ser ut genom att först upprätta en värdetabell. Ju mer komplicerad en funktion är desto fler värden behöver man ha i värdetabellen. När man har en så enkel funktion som den linjära behövs egentligen bara två punkter för att kunna dra en rät linje genom dem. När man ritar linjer manuellt i diagram brukar man dock rekommendera att ha minst tre punkter. Går det då att med en linjal dra en rät linje genom dessa punkter vet man då att man gjort rätt.

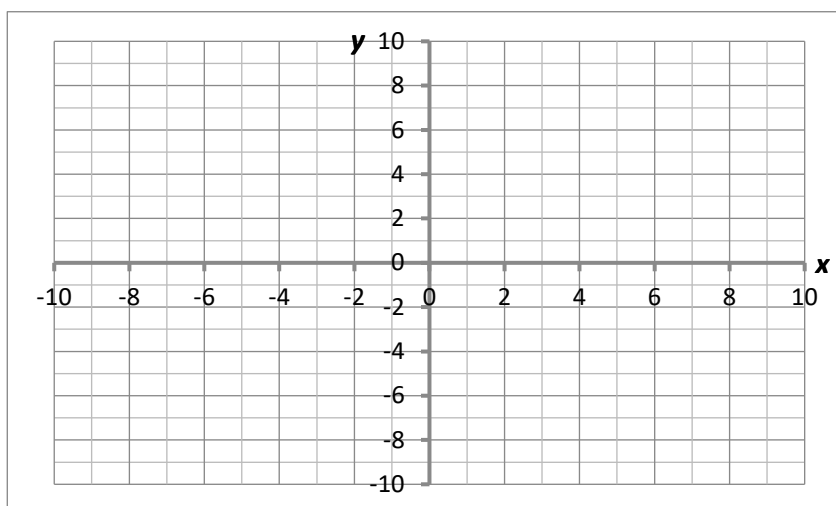
EXEMPEL 4.8

Rita följande båda linjära funktioner i nedanstående diagram. Fundera redan innan du ritar dem om linjen kommer att vara stigande eller fallande. Bestäm slutligen koordinaterna för punkten där de två linjerna skär varandra.

$$y = 4,9 - 0,2x \text{ (Ekv. 1)} \quad \text{och} \quad y = 2x + 6 \text{ (Ekv. 2)}$$

* * *

Om du tittar på koordinatsystemet nedan så ser du för vilka värden på x som vi ska rita funktionerna. I normalfallet, ute i verkligheten, vet man ju vad funktionen gäller och för vilka värden på x som det är intressant att studera sambandet. I det här fallet vet vi inte det, så vi får då gå på skalan i koordinatsystemet där vi ska rita funktionerna; x ligger mellan -10 och $+10$. Skapa därför en värdetabell i det intervallet. Du hittar då själv på några lämpliga värden för x mellan -10 och $+10$ (t.ex. -10 , -8 , -6 osv.) och beräknar med respektive funktion vad motsvarande y -värde blir.



Värdetabell för Ekv. 1.

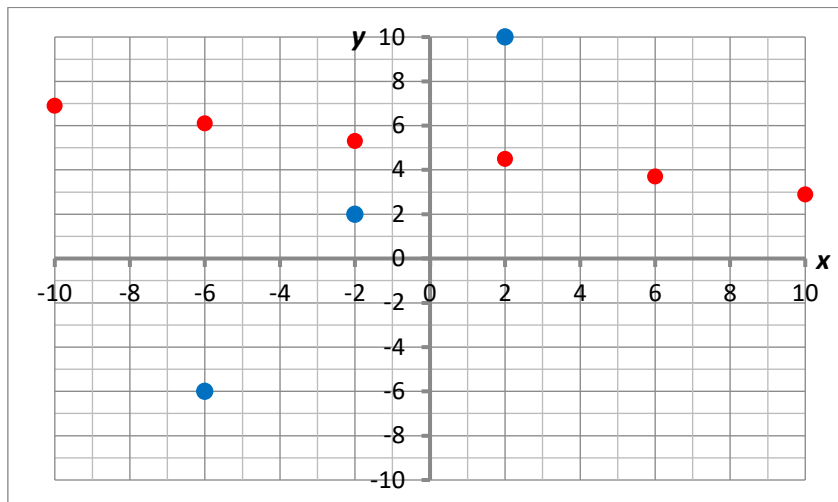
x :	-10	-6	-2	2	6	10
y :	6,9	6,1	5,3	4,5	3,7	2,9

Värdetabell för Ekv. 2.

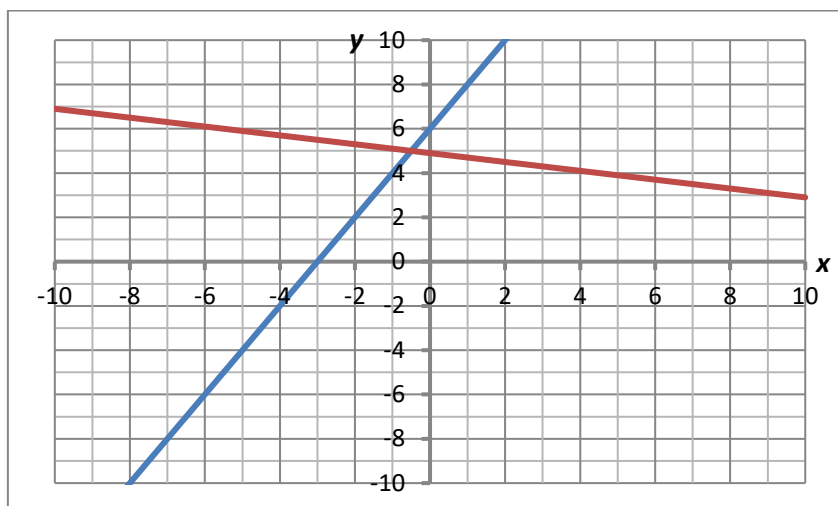
x :	-10	-6	-2	2	6	10
y :	-14	-6	2	10	18	26

Därefter lägger man in punkterna $(-10 ; 6,9)$, $(-6 ; 6,1)$ osv. i diagrammet ovan. I det här fallet är det svårt att få med alla punkter för Ekv. 2 med

den skala som är vald, men det finns i alla fall tre punkter som kan läggas in och det räcker för att rita linjen. Värdetabellen för Ekv. 1 är här inlagda med röda punkter och för Ekv. 2 med blå punkter.



Sista steget är att ta linjalen och dra två rätta linjer genom punkterna. Nu ser du funktionernas grafer i diagrammet nedan.



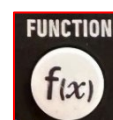
Skärningspunkten där den röda och blå linjen korsas blir då för $x = 0,5$ och $y = 5$. Man brukar uttrycka denna punkt som $(0,5 ; 5,0)$.



EXEMPEL 4.9

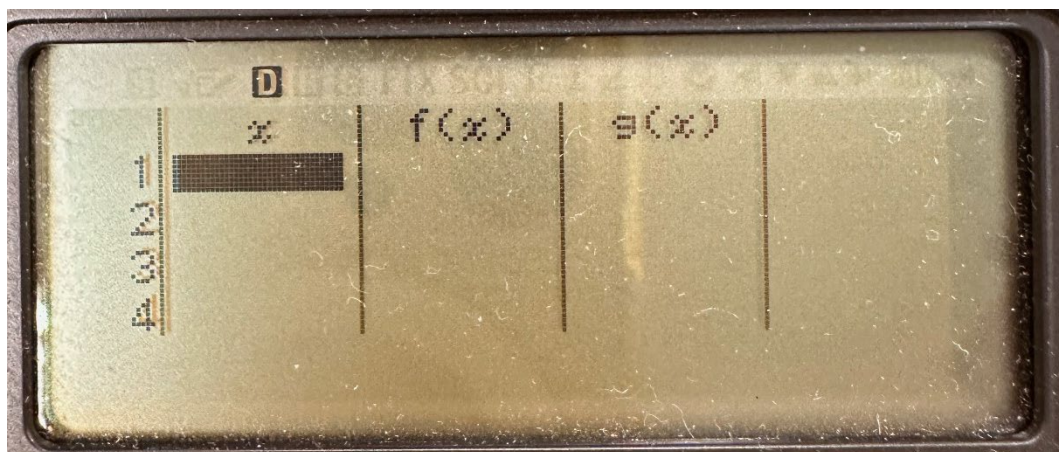
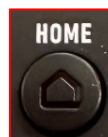
Fortsättning från föregående exempel. Vi ska nu titta på hur man kan använda Table-funktionen på Casioräknaren för att skapa värdetablerna i 4.8.

Tryck först på knappen **[FUNCTION]**. Här finns plats för att lägga in två funktioner. Vi lägger in den första (röda linjen) som $f(x)$ och den blå linjen

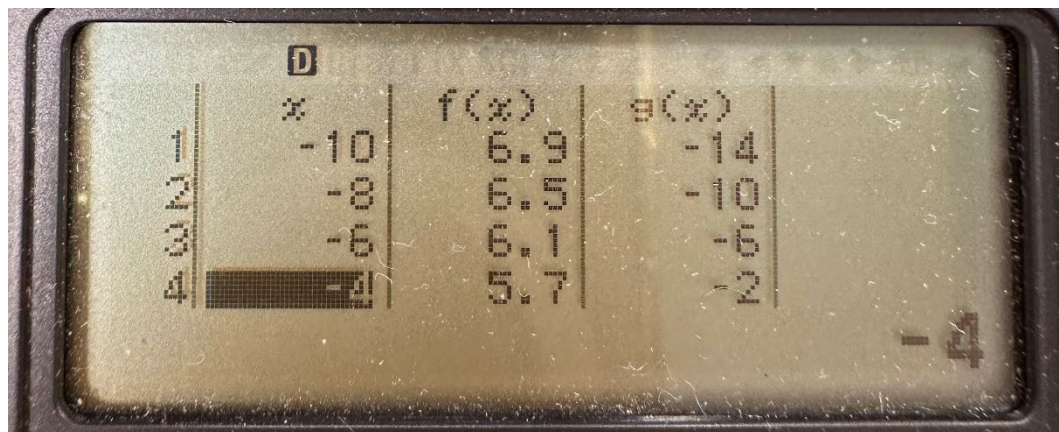
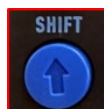


som $g(x)$. Välj alltså "Define $f(x)$ " och mata in uttrycket efter $f(x)$ för den röda funktionen: $f(x) = 4,9 - 0,2x$ och tryck [EXE], välj sedan "Define $g(x)$ " och mata in $g(x) = 2x + 6$. Observera att du har en särskild knapp för att få x på räknaren.

Tryck sedan [HOME] och välj alternativet "Table". Du får nu upp stommen till en värdetabell. Mata nu in de x -värden du valt. Vi ska börja med -10 t.ex.



OBS: När du matar in negativa x -värden måste du tyvärr trycka [SHIFT] och minustecken och kan inte bara trycka minus. När du skickar iväg värdet med [EXE] beräknas både $f(-10)$ och $g(-10)$.

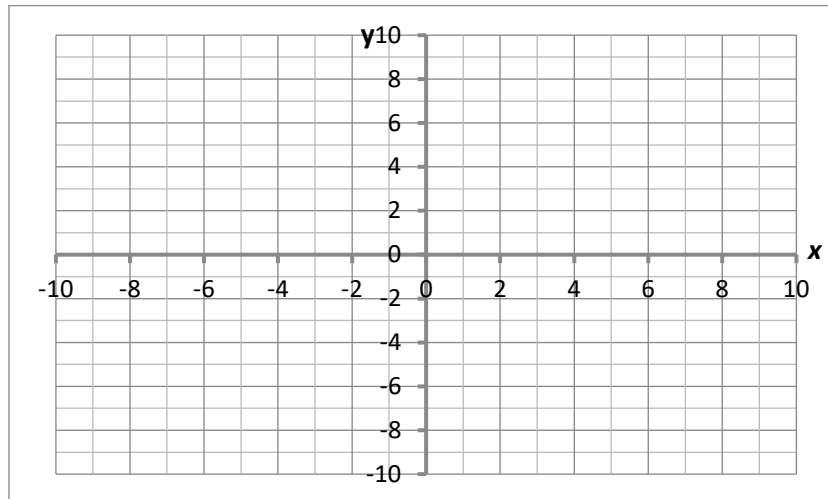


Du kan också låta räknaren stega (+ 1 på x -värdena) genom att inte mata in något tal utan efter första värdet du ger bara trycka [EXE] upprepade gånger efter varandra. Står det -10 först blir då automatiskt x -värdena därefter: -9, -8, -7...

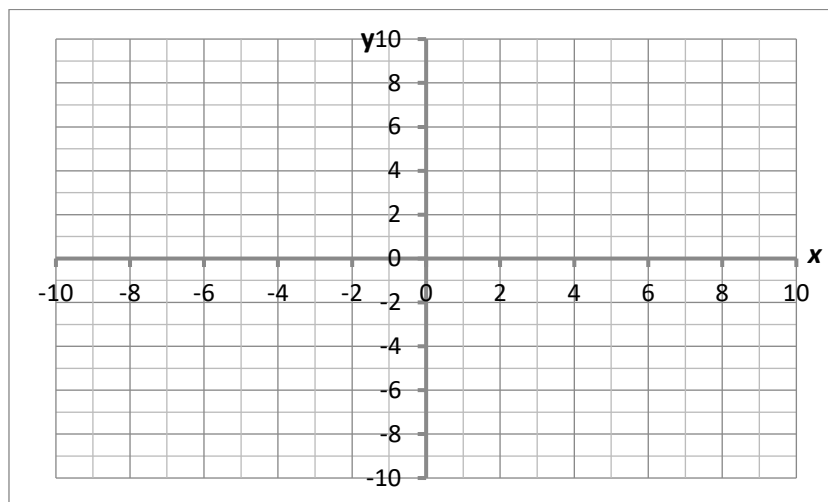


ÖVNINGAR

426. En linje har ekvationen $y = 4,5 - 0,5x$ och en annan linje $y = 3x - 6$. Rita båda linjerna i nedanstående koordinatsystem. I vilken punkt skär de varandra?



427. En linje har ekvationen $y = 0,2x + 2$ och en annan linje $y = 2 - 0,5x$. Rita båda linjerna i nedanstående koordinatsystem. I vilken punkt skär de varandra?



428. En linje har riktningskoefficient b och går genom punkten P . Bestäm formeln för linjen om:

- a) $b = -2$ och $P: (2 ; 8)$ b) $b = 2$ och $P: (2 ; -1)$

429. Bestäm formeln för en linje som går genom de två punkterna
- a) (7 ; -2) och (4 ; 1). b) (2 ; 1) och (7 ; 6).
c) (1 ; 3) och (3 ; -1). d) (-4 ; 1) och (4 ; 3).
430. Bestäm formeln för en linje som går genom punkten (-2 ; -4) och som är parallell med linjen $y = -5x + 3$.
431. Undersök vilka av nedanstående punkter som ligger på linjen $y = 2x - 5$.
- A: (2 ; 3) B: (3 ; 1) C: (-1 ; 3)
D: (5 ; 5) E: (1 ; 4) F: (-2 ; -9)
432. Vid temperaturmätning kan både grader Celsius och grader Fahrenheit användas. 10 °C motsvarar 50 grader Fahrenheit, medan -5 °C motsvarar 23 grader Fahrenheit. Låt x stå för antalet grader Celsius och y för antalet grader Fahrenheit.
- a) Anpassa en linjär funktion på formen $y = a + bx$ till de två punkterna.
b) Hur många grader Fahrenheit motsvarar 15 °C?
c) Vilken temperatur i °C motsvaras av 100 grader Fahrenheit?
433. Mellan en bils hastighet i km/h (x) och dess bensinförbrukning i liter/mil (y) antas råda ett linjärt samband. Man vet att vid 50 km/h så förbrukar bilen 0,50 liter/mil medan den vid 90 km/h förbrukar 0,66 liter.
- a) Bestäm det linjära sambandet. Svara på formen $y = a + bx$.
b) Bestäm bensinförbrukningen enligt modellen när hastigheten är 70 km/h.
c) Vid vilken hastighet är förbrukningen 0,70 liter/mil enligt modellen?
d) Med hur många liter ökar förbrukningen om hastigheten ökar med 1 km/h?
e) Hur ska funktionen istället se ut om bensinförbrukningen direkt ska fås i liter/(100 km) istället för liter/mil?
-